KEMENTERIAN
PENDIDIKAN DASAR
DAN MENENGAH
2025

Panduan Guru

MATEMATIKA

Edisi Revisi

Mohammad Tohir
Ahmad Choirul Anam
Ibnu Taufiq
Tista Imam Riyadi

SMA/MA/SMK/MAK Kelas XII

Hak Cipta pada Kementerian Pendidikan Dasar dan Menengah Republik Indonesia.
Dilindungi Undang-Undang.

Penafian: Buku ini disiapkan oleh Pemerintah dalam rangka pemenuhan kebutuhan buku Pendidikan yang bermutu, murah, dan merata sesuai dengan amanat dalam UU No. 3 Tahun 2017. Buku ini disusun dan ditelaah oleh berbagai pihak di bawah koordinasi Kementerian Pendidikan Dasar dan Menengah. Buku ini merupakan dokumen hidup yang senantiasa diperbaiki, diperbarui, dan dimutakhirkan sesuai dengan dinamika kebutuhan dan perubahan zaman. Masukan dari berbagai kalangan yang dialamatkan kepada penulis atau melalui alamat surel buku@kemendikdasmen.go.id diharapkan dapat meningkatkan kualitas buku ini.

Panduan Guru Matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas XII (Edisi Revisi)

Penulis
Mohammad Tohir
Ahmad Choirul Anam
Ibnu Taufiq
Tista Imam Riyadi

Penelaah
Kenys Fadhilah Zamzam
Nego Linuhung

Penyelia/Penyelaras
Supriyatno
Maharani Prananingrum
Sofia Nida Khoerunnisa
Putri Ainur Islam

Kontributor
Tri Rusdiyono
Siti Lita Fauziyah

Editor
Putri Estikarini
Sofia Nida Khoerunnisa

Editor Visual
M. Firdaus Jubaedi

Ilustrator
Muhammad Yustiadi Akmaludin

Desainer
Erwin

Penerbit
Kementerian Pendidikan Dasar dan Menengah

Dikeluarkan oleh
Pusat Perbukuan
Kompleks Kemendikdasmen, Jalan RS Fatmawati, Cipete, Jakarta Selatan
https://buku.kemendikdasmen.go.id

Edisi Revisi, 2025
ISBN 978-623-118-561-7 (no.jil.lengkap)
978-634-00-3116-4 (jil.3 PDF)

Isi buku ini menggunakan huruf Noto Serif 10/16 pt, SIL Open Font License & Apache License.
xii, 300 hlm.: 17,6 × 25 cm.

Kata Pengantar

Pusat Perbukuan; Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan; Kementerian Pendidikan Dasar dan Menengah memiliki tugas dan fungsi mengembangkan buku pendidikan pada satuan Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah, termasuk Pendidikan Khusus. Sebagai sumber belajar utama dalam pembelajaran, buku senantiasa menyesuaikan diri dengan arah kebijakan pendidikan dan perkembangan kurikulum dari waktu ke waktu.

Sejalan dengan dinamika tersebut, pemerintah melakukan penyesuaian terhadap buku teks utama agar tetap relevan dan mendukung proses pembelajaran yang bermutu. Buku teks utama yang terdiri atas buku siswa dan panduan guru, disiapkan sebagai sumber belajar utama bagi peserta didik dan menjadi salah satu referensi atau inspirasi bagi guru dalam merancang dan mengembangkan pembelajaran sesuai karakteristik, potensi, dan kebutuhan peserta didik. Keberadaan buku teks utama ini diharapkan, dapat membentuk generasi yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan yang Maha Esa, dan berakhlak mulia; berpengetahuan luas; mandiri; kritis; kreatif; mampu bekerja sama; serta berdaya saing di tingkat nasional maupun global.

Kami mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah berkolaborasi dalam upaya menghadirkan buku teks utama ini. Semoga buku teks utama ini dapat menjadi tonggak perubahan yang menginspirasi, membimbing, dan mengangkat kualitas pendidikan kita ke puncak keunggulan.

Jakarta, Oktober 2025
Kepala Pusat Perbukuan,

Supriyatno, S.Pd., M.A.

Prakata

Puji syukur dipanjatkan ke hadirat Allah SWT, karena hidayah dan inayah-Nya penulisan buku guru ini dapat diselesaikan sesuai dengan waktu yang telah ditetapkan. Buku Panduan Guru yang disusun sesuai Capaian Pembelajaran Fase F untuk pegangan guru SMA/MA/SMK/MAK Kelas XII sesuai dengan Keputusan Kepala Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan; Kementerian Pendidikan Dasar dan Menengah Nomor 046/H/KR/2025 tentang Capaian Pembelajaran pada Pendidikan Anak Usia Dini, Jenjang Pendidikan Dasar, dan Jenjang Pendidikan Menengah.

Panduan Guru ini disusun untuk memenuhi kompetensi keterampilan 4Cs (*Creativity, Critical Thinking, Collaboration, Communication*) dalam pembelajaran abad 21 yang meliputi: kehidupan dan karir; pembelajaran dan inovasi; serta informasi, media, dan teknologi. Oleh karena itu, dalam uraian setiap bab akan mengembangkan kompetensi/keterampilan/sikap peserta didik, antara lain: (i) berpikir tingkat tinggi (*HOTS*); (ii) berpikir kritis dan *problem solving*, kreatif dan inovatif, komunikasi, dan kolaborasi; serta (iii) literasi informasi, media, dan teknologi. Untuk menggunakan buku ini, guru diberikan alternatif petunjuk kegiatan guru dalam menjalankan proses pembelajaran HOTS. Guru dapat memodifikasi petunjuk tersebut atau bahkan dapat menggunakan cara sendiri sesuai dengan kondisi peserta didik dan sekolah masing-masing.

Kami menyadari kekurangan buku ini. Oleh karena itu, saran dan kritik untuk memperbaiki buku ini sangat diharapkan dari semua pihak. Semoga buku ini bermanfaat bagi pembelajaran secara umum dan khusunya pada pembelajaran matematika di SMA/MA/SMK/MAK.

Jakarta, Oktober 2025

Tim Penulis

Daftar Isi

Kata Pengantar iii

Prakata iv

Daftar Isi v

Daftar Gambar viii

Daftar Tabel viii

Petunjuk Penggunaan Buku x

Panduan Umum 1



A. Pendahuluan 2

B. Capaian Pembelajaran 8

C. Kerangka Pembelajaran 23

D. Prinsip Pembelajaran 27

E. Asesmen 31

Panduan Khusus **Bab 1 Barisan dan Deret** 45



A. Pendahuluan 46

B. Konsep dan Keterampilan Prasyarat 51

C. Kerangka Pembelajaran 52

D. Apersepsi 55

E. Formatif Awal 57

F. Panduan Pembelajaran Buku Siswa 58

G. Sumatif 84

H. Kunci Jawaban 87

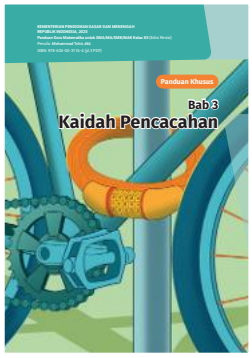
I. Tindak Lanjut 104
J. Refleksi 105
K. Sumber Belajar 106

Panduan Khusus **Bab 2 Investasi dan Pinjaman** **107**



A. Pendahuluan 108
B. Konsep dan Keterampilan Prasyarat 113
C. Kerangka Pembelajaran 113
D. Apersepsi 115
E. Formatif Awal 117
F. Panduan Pembelajaran Buku Siswa 119
G. Sumatif 139
H. Kunci Jawaban 146
I. Tindak Lanjut 164
J. Refleksi 165
K. Sumber Belajar 166

Panduan Khusus **Bab 3 Kaidah Pencacahan** **167**



A. Pendahuluan 168
B. Konsep dan Keterampilan Prasyarat 172
C. Kerangka Pembelajaran 173
D. Apersepsi 176
E. Formatif Awal 177
F. Panduan Pembelajaran Buku Siswa 178
G. Sumatif 199
H. Kunci Jawaban 202
I. Tindak Lanjut 217
J. Refleksi 219
K. Sumber Belajar 220



A. Pendahuluan 222
B. Konsep dan Keterampilan Prasyarat 225
C. Kerangka Pembelajaran 226
D. Apersepsi 228
E. Formatif Awal 229
F. Panduan Pembelajaran Buku Siswa 230
G. Sumatif 251
H. Kunci Jawaban 257
I. Tindak Lanjut 273
J. Refleksi 275
K. Sumber Belajar 276

Glosarium 278
Daftar Pustaka 284
Indeks 287
Profil Pelaku Perbukuan 290

Daftar Gambar

Gambar 1 Empat Kerangka Pembelajaran Mendalam 4

Daftar Tabel

Tabel 1 Dimensi Profil Lulusan Buku Matematika Kelas 12 7
Tabel 2 Elemen Konten Mata Pelajaran Matematika 8
Tabel 3 Elemen Proses Mata Pelajaran Matematika 10
Tabel 4 Tujuan Pembelajaran Matematika Fase F 12
Tabel 5 Alur Tujuan Pembelajaran Matematika Fase F 16
Tabel 6 Tujuan Pembelajaran Alternatif Matematika Fase F 18
Tabel 7 Alur Tujuan Pembelajaran Alternatif Matematika Fase F 21
Tabel 8 Karakter Prinsip Berkesadaran dan Contoh Pelaksanaan 28
Tabel 9 Karakter Prinsip Bermakna dan Contoh Pelaksanaan 29
Tabel 10 Karakter Prinsip Menggembirakan dan Contoh Pelaksanaan 31
Tabel 11 Contoh Pedoman Penilaian 34
Tabel 12 Contoh Kisi-Kisi Penilaian Proyek 36
Tabel 13 Contoh Rubrik Penilaian Proyek 36
Tabel 14 Contoh Rubrik Penilaian Proyek 37
Tabel 15 Contoh Kisi-Kisi Penilaian Proyek 38
Tabel 16 Contoh Rubrik Penilaian Proyek 40
Tabel 17 Contoh Rubrik Penilaian Sumatif 1 42
Tabel 18 Contoh Rubrik Penilaian Alternatif Sumatif 2 43
Tabel 1.1 Tujuan Pembelajaran dan Indikator Materi Bab 1 46
Tabel 1.2 Kerangka Pembelajaran Materi Bab 1 52
Tabel 1.3 Pengalaman Belajar Materi Barisan Aritmetika 58
Tabel 1.4 Pengalaman Belajar Materi Barisan Geometri 63
Tabel 1.5 Pengalaman Belajar Materi Deret Aritmetika 69
Tabel 1.6 Pengalaman Belajar Materi Deret Geometri 76

Tabel 1.7	Pengalaman Belajar Materi Bunga Tunggal	81
Tabel 1.8	Rubrik Penilaian Proyek ”Investasi Cerdas: Simulasi Keuangan Pribadi”	85
Tabel 1.9	Rubrik Penilaian Penugasan Portofolio	86
Tabel 2.1	Tujuan Pembelajaran dan Indikator Materi Bab 2	109
Tabel 2.2	Kerangka Pembelajaran Materi Bab 2	113
Tabel 2.3	Pengalaman Belajar Materi Suku Bunga Tunggal	119
Tabel 2.4	Pengalaman Belajar Materi Investasi Bunga Majemuk	122
Tabel 2.5	Pengalaman Belajar Materi Investasi Anuitas	126
Tabel 2.6	Pengalaman Belajar Materi Pinjaman Bunga Majemuk	131
Tabel 2.7	Pengalaman Belajar Materi Pinjaman dengan Anuitas	133
Tabel 2.8	Pengalaman Belajar Materi Parameter Investasi dan Pinjaman	137
Tabel 2.9	Contoh Kisi-Kisi Penilaian Proyek	139
Tabel 2.10	Contoh Rubrik Penilaian Proyek	140
Tabel 2.11	Contoh Pedoman Penilaian	143
Tabel 3.1	Tujuan Pembelajaran dan Indikator Materi Bab 3	168
Tabel 3.2	Kerangka Pembelajaran Materi Bab 3	173
Tabel 3.3	Pengalaman Belajar Materi Kaidah Pencacahan	179
Tabel 3.4	Pengelompokan Kriteria Buku	180
Tabel 3.5	Pengalaman Belajar Materi Permutasi	182
Tabel 3.6	Pengalaman Belajar Materi Kombinasi	187
Tabel 3.7	Pengalaman Belajar Materi Penerapan Permutasi dan Kombinasi	194
Tabel 3.8	Rubrik Penilaian Proyek ”Investasi Cerdas: Simulasi Keuangan Pribadi”	199
Tabel 3.9	Rubrik Penilaian Penugasan Portofolio	202
Tabel 4.1	Tujuan Pembelajaran dan Indikator Materi Bab 4	223
Tabel 4.2	Kerangka Pembelajaran Materi Bab 4	226
Tabel 4.3	Pengalaman Belajar Materi Peluang Suatu Kejadian	230
Tabel 4.4	Pengalaman Belajar Materi Kejadian Majemuk	234
Tabel 4.5	Pengalaman Belajar Materi Kejadian Majemuk	237
Tabel 4.6	Pengalaman Belajar Materi Peluang Kejadian Majemuk Saling Bebas	242
Tabel 4.7	Pengalaman Belajar Materi Peluang Kejadian Majemuk Bebas Bersyarat	247
Tabel 4.8	Contoh Kisi-Kisi Penilaian Proyek	252
Tabel 4.9	Contoh Rubrik Penilaian Proyek	252
Tabel 4.10	Contoh Rubrik Penilaian Proyek	253
Tabel 4.11	Contoh Pedoman Penilaian	255

Petunjuk Penggunaan Buku

1. Panduan Umum

Panduan umum menjelaskan cara Bapak/Ibu Guru menggunakan Buku Siswa untuk mencapai tujuan pembelajaran, mulai dari membuat tujuan pembelajaran berdasarkan capaian yang diharapkan hingga mengevaluasi hasil pembelajaran.

2. Panduan Khusus

Panduan khusus berisi penjelasan dan informasi dalam menggunakan buku untuk memberikan pembelajaran kepada peserta didik mulai dari kegiatan pendahuluan sampai sumber belajar.

3. Pendahuluan

Pendahuluan berisi gambaran umum tentang tujuan pembelajaran dan indikator, ruang lingkup materi, saran waktu pembelajaran, serta pendekatan yang digunakan dalam buku. Pendahuluan membantu guru memahami arah dan esensi pembelajaran, sehingga dapat menyiapkan strategi mengajar yang sesuai dengan karakteristik peserta didik.

4. Peta Konsep

Peta konsep menampilkan hubungan antartopik atau submateri dalam bentuk bagan yang sistematis. Fungsinya adalah membantu guru dan peserta didik melihat keterkaitan antarkonsep, sehingga pembelajaran menjadi lebih terarah, terstruktur, dan bermakna.

5. Konsep dan Keterampilan Prasyarat

Bagian ini memuat kemampuan dasar yang harus dikuasai peserta didik sebelum memulai materi baru. Tujuannya untuk memastikan kesiapan

peserta didik agar proses belajar berjalan lancar dan tidak terjadi kesenjangan pemahaman antarpeserta didik.

6. Kerangka Pembelajaran

Kerangka pembelajaran memuat empat dimensi utama, yaitu praktik pedagogis, kemitraan pembelajaran, lingkungan pembelajaran, dan pemanfaatan digital. Kerangka pembelajaran ini merujuk pada Pembelajaran Mendalam. Komponen ini menjadi panduan guru dalam menyusun strategi pembelajaran yang sistematis dan sesuai dengan capaian pembelajaran.

7. Apersepsi

Apersepsi berfungsi untuk mengaitkan pengetahuan atau pengalaman sebelumnya dengan materi baru yang akan dipelajari. Melalui kegiatan apersepsi, guru dapat menumbuhkan minat belajar, memotivasi peserta didik, dan membangun kesiapan mental sebelum memasuki pembelajaran inti.

8. Formatif Awal

Formatif awal merupakan bentuk evaluasi atau asesmen diagnostik yang dilakukan di awal pembelajaran untuk mengetahui tingkat pemahaman dan kemampuan awal peserta didik terhadap materi yang akan dipelajari. Hasilnya digunakan guru untuk menyesuaikan metode dan strategi pembelajaran.

9. Panduan Pembelajaran Buku Siswa

Bagian ini berisi petunjuk langkah-langkah penggunaan Buku Siswa secara efektif. Panduan ini membantu guru dalam memfasilitasi kegiatan belajar, memandu diskusi, serta mengarahkan peserta didik agar dapat memahami isi buku dengan benar dan mandiri.

10. Sumatif

Sumatif adalah bentuk penilaian yang dilakukan di akhir pembelajaran untuk mengukur pencapaian kompetensi peserta didik setelah menyelesaikan suatu

materi atau bab. Penilaian ini menjadi dasar dalam menentukan keberhasilan proses belajar mengajar.

11. Kunci Jawaban

Kunci jawaban berfungsi sebagai pedoman bagi guru dalam melakukan penilaian hasil kerja peserta didik. Dengan adanya kunci jawaban, guru dapat memberikan penilaian secara objektif, konsisten, dan sesuai dengan indikator pembelajaran yang telah ditetapkan.

12. Tindak Lanjut

Tindak lanjut mencakup langkah-langkah yang dilakukan berdasarkan hasil penilaian, baik berupa kegiatan remedial bagi peserta didik yang belum mencapai kompetensi maupun pengayaan bagi peserta didik yang sudah melampauinya. Tujuannya adalah memastikan semua peserta didik mencapai standar pembelajaran yang diharapkan.

13. Refleksi

Refleksi merupakan kegiatan evaluatif untuk meninjau kembali proses dan hasil pembelajaran. Guru menggunakan refleksi untuk memperbaiki strategi mengajar, sementara peserta didik menggunakannya untuk memahami kelebihan dan kekurangan diri dalam belajar.

14. Sumber Belajar

Sumber belajar mencakup berbagai referensi yang dapat digunakan untuk mendukung pembelajaran, baik berupa buku, media digital, lingkungan sekitar, maupun narasumber ahli. Tujuannya adalah memperkaya pengalaman belajar dan memperluas wawasan peserta didik.

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
REPUBLIK INDONESIA, 2025
Panduan Guru Matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas XII (Edisi Revisi)
Penulis: **Mohammad Tohir, dkk**
ISBN: 978-634-00-3116-4 (jil.3 PDF)

Panduan Umum



A. Pendahuluan

1. Latar Belakang dan Tujuan Panduan Guru

Buku siswa merupakan buku pegangan peserta didik yang digunakan oleh peserta didik selama kegiatan pembelajaran di dalam kelas untuk mencapai tujuan pembelajaran. Sementara buku panduan guru ini digunakan guru sebagai pedoman dalam membimbing peserta didik untuk melaksanakan kegiatan pembelajaran di dalam kelas. Buku panduan guru berfungsi sebagai petunjuk dalam menerapkan buku siswa. Sebelum mengajar, guru harus membaca panduan guru ini terlebih dahulu agar memahami capaian pembelajaran, tujuan pembelajaran, materi yang ada pada setiap bab, serta alternatif aktivitas pembelajaran yang akan diterapkan, sehingga memberikan arahan dan petunjuk bagi guru untuk melaksanakan kegiatan pembelajaran yang tepat dalam mencapai tujuan pembelajaran.

Dengan demikian, guru mempunyai gambaran tentang metode yang tepat untuk diterapkan dalam kegiatan pembelajaran. Di dalam panduan guru dicantumkan tujuan pembelajaran yang akan dicapai dari setiap bab, beberapa alternatif jawaban dari pertanyaan pemantik, beberapa alternatif kegiatan pembelajaran peserta didik, serta alternatif penyelesaian soal latihan. Diharapkan panduan guru ini dapat membantu guru untuk menentukan alternatif kegiatan pembelajaran dalam rangka mencapai tujuan pembelajaran. Pada buku ini, diberikan alternatif pemecahan masalah kegiatan sehari-hari yang berkaitan dengan materi yang ada dalam bab. Dalam panduan guru juga diberikan bagaimana cara guru membimbing peserta didik dalam kegiatan eksplorasi, yang dapat menuntun peserta didik untuk memahami konsep matematika, sehingga pembelajaran menjadi bermakna. Guru juga diharapkan dapat mengembangkan metode dan pendekatan pembelajaran yang menekankan pada profil lulusan.

2. Pembelajaran Mendalam

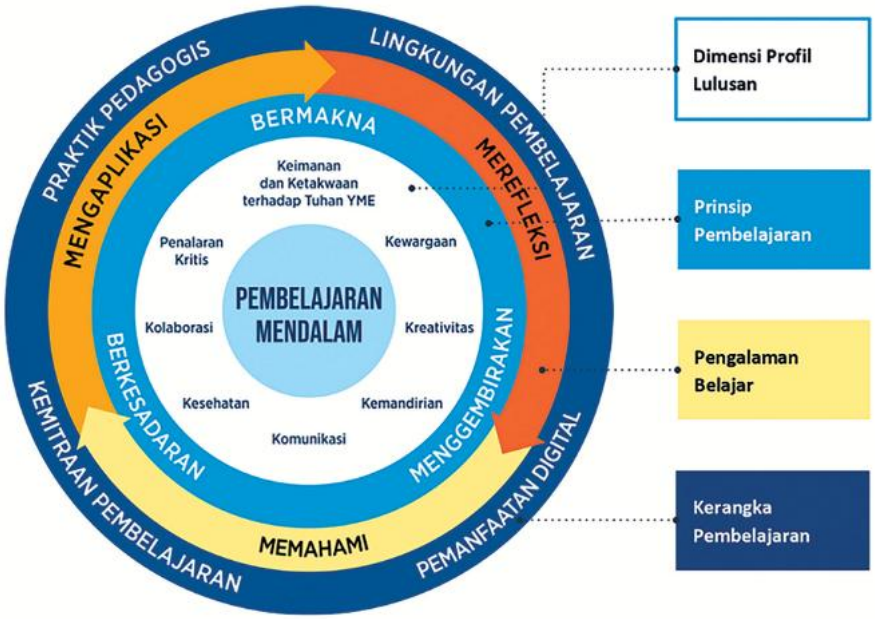
Pembelajaran mendalam merupakan pendekatan pembelajaran yang menekankan pada penciptaan suasana belajar dan proses pembelajaran berkesadaran, bermakna, dan menggembirakan, melalui olah pikir, olah hati, olah rasa, dan olah raga secara holistik dan terpadu.

Pembelajaran mendalam telah diterapkan di beberapa negara, baik secara eksplisit dan implisit, sebagai prinsip kurikulum dan pendekatan pembelajaran. Pembelajaran mendalam, dalam konteks penerapannya di Indonesia, bukan merupakan kurikulum, melainkan suatu pendekatan pembelajaran. Pembelajaran mendalam diharapkan dapat menjadi salah satu pendekatan pembelajaran yang mampu meningkatkan proses dan mutu pembelajaran.

Kerangka kerja pembelajaran mendalam terdiri atas empat komponen, yaitu (1) dimensi profil lulusan, (2) prinsip pembelajaran, (3) pengalaman belajar, dan (4) kerangka pembelajaran. Pembelajaran mendalam difokuskan pada pencapaian delapan Dimensi Profil Lulusan yang merupakan kompetensi utuh yang harus dimiliki oleh setiap peserta didik setelah menyelesaikan proses pembelajaran dan pendidikan. Profil Lulusan tersebut yaitu: (1) keimanan dan ketakwaan kepada Tuhan YME, (2) kewargaan, (3) penalaran kritis, (4) kreativitas, (5) kolaborasi, (6) kemandirian, (7) kesehatan, dan (8) komunikasi. Delapan Profil Lulusan ini tidak hanya menekankan aspek kognitif, tetapi juga pengembangan karakter dan keterampilan yang dibutuhkan dalam kehidupan sehari-hari.

Profil lulusan peserta didik Indonesia dapat diwujudkan melalui prinsip pembelajaran berkesadaran, bermakna, dan menggembirakan. Prinsip tersebut direalisasikan melalui pengalaman belajar peserta didik yaitu memahami, mengaplikasi, dan merefleksi. Penerapan pendekatan pembelajaran mendalam didukung dengan praktik pedagogis progresif oleh guru, lingkungan belajar yang memberikan keamanan dan kenyamanan kepada peserta didik, pemanfaatan digitalisasi, serta adanya kemitraan pembelajaran yang optimal.

Pembelajaran mendalam di SMA/MA atau yang sederajat diterapkan dengan cara yang lebih kompleks, yang mencakup proyek lintas mata pelajaran dan penelitian berbasis masalah yang aktual dan kontekstual untuk mengembangkan kemampuan berpikir tingkat tinggi yang meliputi: berfikir kritis, perumusan dan pemecahan masalah, dan pengambilan keputusan. Implementasi pembelajaran mendalam di SMA/MA atau yang sederajat difokuskan pada pengembangan kemampuan berolah pikir, rasa, raga dan hati, serta perencanaan karier peserta didik.



Gambar 1 Empat Kerangka Pembelajaran Mendalam

Di samping itu, implementasi pembelajaran mendalam SMA/MA atau yang sederajat perlu mencakup hal-hal sebagai berikut.

a. Pilihan Karier: Model pembelajaran mendalam memberikan prediksi karier berdasarkan minat dan performa akademik.
b. Kompetensi Pribadi: Menilai kemampuan diri, yang mencakup kemandirian, kreativitas, dan kemampuan berpikir kritis.
c. Strategi Pembelajaran: Pemilihan strategi pembelajaran yang sesuai dengan gaya belajarnya.
d. Keseimbangan Akademik dan Non-Akademik: Mengidentifikasi keselarasan antara kegiatan belajar dan ekstrakurikuler.

Dalam rangka penerapan pembelajaran mendalam, buku ini diharapkan dapat menginspirasi para guru untuk menyusun perencanaan pembelajaran yang sesuai dengan kebutuhan peserta didik dan karakteristik satuan pendidikan.

3. Dimensi Profil Lulusan

Dimensi profil lulusan merupakan kompetensi utuh yang harus dimiliki oleh setiap peserta didik setelah menyelesaikan proses pembelajaran dan pendidikan. Delapan dimensi profil lulusan merupakan hasil dari capaian pengetahuan, keterampilan, dan karakter. Di samping itu, delapan dimensi

profil lulusan menumbuhkembangkan lulusan yang memiliki kepemimpinan efektif yang berintegritas, profesional, dan transformatif. Pembelajaran mendalam difokuskan pada pencapaian delapan dimensi profil lulusan, yaitu (1) keimanan dan ketakwaan terhadap Tuhan YME, (2) kewargaan, (3) penalaran kritis, (4) kreativitas, (5) kolaborasi, (6) kemandirian, (7) kesehatan, dan (8) komunikasi.

a. Keimanan dan Ketakwaan terhadap Tuhan YME

Dimensi profil lulusan Keimanan dan Ketakwaan terhadap Tuhan YME menunjukkan individu yang memiliki keyakinan teguh akan keberadaan Tuhan serta menghayati nilai-nilai spiritual dalam kehidupan sehari-hari. Nilai keimanan ini tercermin pada perilaku yang berakhlak mulia, penuh kasih, serta bertanggung jawab dalam menjalankan tugas dan kewajibannya. Dengan demikian, profil ini menekankan pentingnya keseimbangan antara pengetahuan, moralitas, dan hubungan yang harmonis dengan Tuhan, sesama manusia, dan lingkungan sekitarnya.

b. Kewargaan

Dimensi profil lulusan kewargaan menunjukan individu yang memiliki rasa cinta tanah air, menaati aturan dan norma sosial dalam kehidupan bermasyarakat, memiliki kepedulian, tanggung jawab sosial, serta berkomitmen untuk menyelesaikan masalah nyata tentang keberlanjutan manusia dan lingkungan. Fokus kewargaan yaitu kesadaran peserta didik untuk berkontribusi untuk kebaikan bersama sebagai warga negara dan warga dunia. Profil lulusan ini tidak terlepas dari nilai-nilai Pancasila yang mencerminkan individu yang memiliki karakter, sikap, dan perilaku sesuai dengan nilai-nilai yang terkandung dalam setiap sila Pancasila. Peserta didik yang selalu menjunjung moral dan nilai spiritual, bersikap adil dan menghormati hak orang lain, mencintai negara, budaya, dan keberagaman Indonesia, berperan aktif dalam proses demokrasi dengan musyawarah, serta berupaya menciptakan kesejahteraan bersama.

c. Penalaran Kritis

Dimensi profil lulusan penalaran kritis menunjukkan individu yang mampu berpikir secara logis, analitis, dan reflektif dalam memahami, mengevaluasi, serta memproses informasi. Peserta didik memiliki

keterampilan untuk menganalisis masalah, mengevaluasi argumen, menghubungkan gagasan yang relevan, dan merefleksikan proses berpikir dalam pengambilan keputusan. Peserta didik yang memiliki kemampuan penalaran kritis cenderung mampu memecahkan masalah secara sistematis, mempertimbangkan berbagai sudut pandang, dan menghasilkan solusi yang rasional serta berbasis bukti. Kemampuan ini membentuk pribadi yang cermat, tanggap, dan mampu menghadapi tantangan dengan pemikiran yang mendalam dan terstruktur.

d. Kreativitas

Dimensi profil lulusan kreativitas adalah individu yang mampu berpikir secara inovatif, fleksibel, dan orisinal dalam mengolah ide atau informasi untuk menciptakan solusi yang unik dan bermanfaat. Mereka dapat melihat masalah dari berbagai sudut pandang, menghasilkan banyak gagasan, serta menemukan dan mengembangkan alternatif solusi yang efektif. Peserta didik yang memiliki kreativitas cenderung berpikir di luar kebiasaan, mengembangkan ide-ide secara mendalam, serta memodifikasi atau menciptakan sesuatu yang orisinal, bermakna, dan memiliki dampak positif bagi lingkungan sekitar.

e. Kolaborasi

Dimensi profil lulusan kolaborasi adalah individu yang mampu bekerja sama secara efektif dengan orang lain secara gotong royong, untuk mencapai tujuan bersama melalui pembagian peran dan tanggung jawab. Mereka menjalin hubungan yang kuat, menghargai kontribusi setiap anggota tim, serta menunjukkan sikap saling menghormati meskipun terdapat perbedaan pendapat atau latar belakang. Peserta didik dengan kemampuan kolaborasi mampu berkontribusi secara aktif, menggunakan pemecahan masalah bersama, dan menciptakan suasana yang harmonis untuk mencapai tujuan bersama.

f. Kemandirian

Dimensi profil kemandirian artinya peserta didik mampu bertanggung jawab atas proses dan hasil belajarnya sendiri dengan menunjukkan kemampuan untuk mengambil inisiatif, mengatasi hambatan, dan menyelesaikan tugas secara tepat tanpa bergantung pada orang lain.

Mereka memiliki kebebasan dalam menentukan pilihan, menguasai dirinya, serta gigih dalam berusaha untuk mencapai tujuan. Peserta didik yang mandiri mampu mengelola waktu, sumber daya, dan tindakan mereka secara efektif untuk mencapai hasil yang optimal. Profil dimensi kemandirian ini menunjukkan peserta didik sebagai manusia pembelajar, yaitu individu yang secara terus-menerus mencari ilmu, mengembangkan diri, dan beradaptasi dengan perubahan (pembelajar sepanjang hayat).

g. Kesehatan

Dimensi profil kesehatan menggambarkan peserta didik yang sehat jasmani sebagai individu yang menjalankan kebiasaan hidup sehat, memiliki fisik yang prima, bugar, sehat, dan mampu menjaga keseimbangan kesehatan mental dan fisik untuk mewujudkan kesejahteraan lahir dan batin (*well-being*). Profil ini menggambarkan peserta didik yang mampu menjalani kehidupan produktif dengan kualitas kesehatan fisik dan mental yang optimal dan berkontribusi secara positif dalam lingkungan sosialnya.

h. Komunikasi

Peserta didik memiliki kemampuan komunikasi yang baik untuk menyampaikan ide, gagasan, dan informasi dengan jelas serta berinteraksi secara efektif dalam berbagai situasi. Profil ini memungkinkan peserta didik mampu berinteraksi dengan orang lain, berbagi dan mempertahankan pendapat, menyampaikan sudut pandang yang beragam, serta aktif terlibat dalam kegiatan yang membutuhkan interaksi dua arah. Dengan demikian, diharapkan lulusan yang memiliki kemampuan komunikasi dengan baik dapat membangun hubungan yang positif, menjembatani perbedaan pendapat, dan menciptakan pemahaman bersama dalam lingkungan sosial maupun profesional.

Adapun Dimensi Profil Lulusan untuk setiap bab pada buku ini dapat disajikan pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1 Dimensi Profil Lulusan Buku Matematika Kelas 12

Dimensi Profil Lulusan (DPL)	Bab
DPL 1 Keimanan dan Ketakwaan terhadap Tuhan YME	1, 3, 4

Dimensi Profil Lulusan (DPL)	Bab
DPL 2 Kewargaan	2, 3
DPL 3 Penalaran Kritis	1, 2, 3, 4
DPL 4 Kreativitas	2, 3, 4
DPL 5 Kolaborasi	1, 3, 4
DPL 6 Kemandirian	2, 3
DPL 7 Kesehatan	3, 4
DPL 8 Komunikasi	1, 2, 3, 4

B. Capaian Pembelajaran

1. Karakteristik Mata Pelajaran Matematika

Mata pelajaran matematika diorganisasikan dalam lingkup lima elemen konten dan lima elemen proses.

a. Elemen konten dalam mata pelajaran Matematika terkait dengan pandangan bahwa matematika sebagai materi pembelajaran (*subject matter*) yang harus dipahami peserta didik. Pemahaman matematis terkait erat dengan pembentukan alur pemahaman terhadap materi pembelajaran matematika berupa fakta, konsep, prinsip, operasi, dan relasi yang bersifat formal-universal.

   Elemen dan deskripsi elemen konten mata pelajaran matematika adalah sebagai berikut.

Tabel 2 Elemen Konten Mata Pelajaran Matematika

Elemen	Deskripsi
Bilangan	Bidang kajian Bilangan membahas tentang angka sebagai simbol bilangan, konsep bilangan, operasi hitung bilangan, dan relasi antara berbagai operasi hitung bilangan dalam sub-elemen representasi visual, sifat urutan, dan operasi.

Elemen	Deskripsi
Aljabar	Bidang kajian Aljabar membahas tentang aljabar non-formal dalam bentuk simbol gambar sampai dengan aljabar formal dalam bentuk simbol huruf yang mewakili bilangan tertentu dalam sub-elemen persamaan dan pertidaksamaan, relasi dan pola bilangan, serta rasio dan proporsi.
Pengukuran	Bidang kajian Pengukuran membahas tentang besaran-besaran pengukuran, cara mengukur besaran tertentu, dan membuktikan prinsip atau teorema terkait besaran tertentu dalam sub-elemen pengukuran besaran geometris dan non-geometris.
Geometri	Bidang kajian Geometri membahas tentang berbagai bentuk bangun datar dan bangun ruang serta ciri-cirinya dalam sub-elemen geometri datar dan geometri ruang.
Analisis Data dan Peluang	Bidang kajian Analisis Data dan Peluang membahas tentang pengertian data, jenis-jenis data, pengolahan data dalam berbagai bentuk representasi, dan analisis data kuantitatif terkait pemusatan dan penyebaran data serta peluang munculnya suatu data atau kejadian tertentu dalam sub-elemen data dan representasinya, serta ketidakpastian dan peluang.

b. Elemen proses dalam mata pelajaran Matematika, terkait dengan pandangan bahwa matematika sebagai alat konseptual untuk mengkonstruksi dan merekonstruksi materi pembelajaran matematika berupa aktivitas mental yang membentuk alur berpikir dan alur pemahaman yang dapat mengembangkan kecakapan matematika berikut.

Tabel 3 Elemen Proses Mata Pelajaran Matematika

Elemen	Deskripsi
Penalaran dan Pembuktian Matematis	Penalaran terkait dengan proses penggunaan pola hubungan dalam menganalisis situasi untuk menyusun serta menyelidiki praduga. Pembuktian matematis terkait proses membuktikan kebenaran suatu prinsip, rumus, atau teorema tertentu.
Pemecahan Masalah Matematis	Pemecahan masalah matematis terkait dengan proses penyelesaian masalah matematis atau masalah sehari-hari dengan cara menerapkan dan mengadaptasi berbagai strategi yang efektif. Proses ini juga mencakup konstruksi dan rekonstruksi pemahaman matematika melalui pemecahan masalah.
Komunikasi	Komunikasi matematis terkait dengan pembentukan alur pemahaman materi pembelajaran matematika melalui cara mengomunikasikan pemikiran matematis menggunakan bahasa matematis yang tepat. Komunikasi matematis juga mencakup proses menganalisis dan mengevaluasi pemikiran matematis orang lain.
Representasi Matematis	Representasi matematis terkait dengan proses membuat dan menggunakan simbol, tabel, diagram, atau bentuk lain untuk mengomunikasikan gagasan dan pemodelan matematika. Proses ini juga mencakup fleksibilitas dalam mengubah dari satu bentuk representasi ke bentuk representasi lainnya, dan memilih representasi yang paling sesuai untuk memecahkan masalah.
Koneksi Matematis	Koneksi matematis terkait dengan proses mengaitkan antara materi pembelajaran matematika pada suatu bidang kajian, lintas bidang kajian, lintas bidang ilmu, dan dengan kehidupan.

c. Capaian Pembelajaran Matematika Fase F

Pada akhir Fase F, peserta didik memiliki kemampuan sebagai berikut.

6.1. Bilangan

Menjelaskan barisan dan deret (aritmetika dan geometri), menerapkannya pada beragam masalah terutama masalah bunga tunggal dan majemuk, memodelkan pinjaman dan investasi dengan bunga majemuk dan anuitas, serta menyelidiki (secara numerik atau grafis) pengaruh masing-masing parameter (suku bunga, periode pembayaran) dalam model tersebut.

6.2. Aljabar dan Fungsi

Menentukan fungsi invers, komposisi fungsi, dan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat, eksponensial).

6.3. Geometri

Menerapkan, mengidentifikasi dan menjelaskan hubungan antara unsur-unsur lingkaran untuk menyelesaikan masalah.

6.4. Analisis Data dan Peluang

Melakukan proses penyelidikan statistika untuk mengidentifikasi dan menjelaskan asosiasi antara dua variabel kategorikal (kualitatif) dan antara dua variabel numerikal (kuantitatif); memperkirakan model linear terbaik (*best fit linear*) pada data numerikal (kuantitatif); membedakan hubungan asosiasi dan sebab-akibat; menjelaskan peluang dan menentukan frekuensi harapan dari kejadian majemuk; menyelidiki konsep dari kejadian saling bebas dan saling lepas, dan menentukan peluangnya; serta memahami konsep peluang bersyarat dan kejadian yang saling bebas menggunakan konsep permutasi dan kombinasi.

2. Tujuan Pembelajaran

Berikut ini tujuan pembelajaran yang diturunkan dari capaian pembelajaran setiap elemen.

Tabel 4 Tujuan Pembelajaran Matematika Fase F

Elemen	Capaian Pembelajaran	Tujuan Pembelajaran
Bilangan	Menjelaskan barisan dan deret (aritmetika dan geometri), menerapkannya pada beragam masalah terutama masalah bunga Tunggal dan majemuk, memodelkan pinjaman dan investasi dengan bunga majemuk dan anuitas, serta menyelidiki (secara numerik atau grafis) pengaruh masing-masing parameter (suku bunga, periode pembayaran) dalam model tersebut.	▶ Menggunakan konsep barisan aritmetika dalam menyelesaikan permasalahan matematika. ▶ Menggunakan konsep barisan geometri dalam menyelesaikan permasalahan matematika. ▶ Menggunakan konsep deret aritmetika dalam menyelesaikan permasalahan matematika. ▶ Menggunakan konsep deret geometri dalam menyelesaikan permasalahan matematika. ▶ Menyelesaikan permasalahan bunga tunggal menggunakan konsep barisan dan deret. ▶ Menggunakan konsep suku bunga Tunggal dalam menyelesaikan permasalahan matematika. ▶ Menggunakan konsep suku investasi bunga majemuk dalam menyelesaikan permasalahan matematika. ▶ Menggunakan konsep investasi anuitas dalam menyelesaikan permasalahan matematika.

Elemen	Capaian Pembelajaran	Tujuan Pembelajaran
		▶ Menggunakan konsep pinjaman bunga majemuk dalam menyelesaikan permasalahan matematika. ▶ Menggunakan konsep pinjaman dengan anuitas dalam menyelesaikan permasalahan matematika. ▶ Menunjukkan pengaruh parameter suku bunga dan parameter periode pembayaran pada investasi dan pinjaman.
Aljabar dan Fungsi	Menentukan fungsi invers, komposisi fungsi, dan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat, eksponensial).	▶ Menentukan fungsi komposisi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi linear. ▶ Menentukan fungsi invers untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi. ▶ Menentukan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi linear. ▶ Menentukan fungsi komposisi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi kuadrat. ▶ Menentukan fungsi invers untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi kuadrat.

Elemen	Capaian Pembelajaran	Tujuan Pembelajaran
		▶ Menentukan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi kuadrat. ▶ Menentukan fungsi komposisi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi eksponensial. ▶ Menentukan fungsi invers untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi eksponensial. ▶ Menentukan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi eksponensial.
Geometri	Menerapkan, mengidentifikasi dan menjelaskan hubungan antara unsur-unsur lingkaran untuk menyelesaikan masalah.	▶ Mengidentifikasi hubungan antara unsur-unsur lingkaran (sudut pusat, sudut keliling, sudut luar, sudut dalam, jari-jari, tali busur, Panjang busur dan garis singgung). ▶ Menentukan besar sudut pusat. ▶ Menentukan besar sudut keliling. ▶ Menentukan besar sudut luar. ▶ Menentukan besar sudut dalam. ▶ Menerapkan hubungan antara unsur-unsur lingkaran untuk menyelesaikan masalah.

Elemen	Capaian Pembelajaran	Tujuan Pembelajaran
Analisis Data dan Peluang	Melakukan proses penyelidikan statistika untuk mengidentifikasi dan menjelaskan asosiasi antara dua variabel kategorikal (kualitatif) dan antara dua variabel numerikal (kuantitatif); memperkirakan model linear terbaik (best fit linear) pada data numerikal (kuantitatif); membedakan hubungan asosiasi dan sebab-akibat; menjelaskan peluang dan menentukan frekuensi harapan dari kejadian majemuk; menyelidiki konsep dari kejadian saling bebas dan saling lepas, dan menentukan peluangnya; serta memahami konsep peluang bersyarat dan kejadian yang saling bebas menggunakan konsep permutasi dan kombinasi.	▶ Melakukan proses penyelidikan statistika untuk hubungan asosiasi antara dua variabel. ▶ Mengidentifikasi dan menjelaskan asosiasi antara dua variable kategorikal (kualitatif) dan antara dua variable numerikal (kuantitatif). ▶ Memperkirakan model linear terbaik (*best fit*) pada data numerikal (kuantitatif). ▶ Membedakan hubungan asosiasi dan sebab akibat. ▶ Mendeskripsikan aturan pengisian tempat, baik aturan penjumlahan maupun perkalian. ▶ Menganalisis konsep permutasi. ▶ Menganalisis konsep kombinasi. ▶ Mengaplikasikan konsep permutasi dan kombinasi. ▶ Menerapkan konsep kombinatorik dalam menentukan peluang suatu kejadian untuk menganalisis situasi nyata yang melibatkan ketidakpastian secara logis dan menyenangkan.

Elemen	Capaian Pembelajaran	Tujuan Pembelajaran
		▶ Menerapkan konsep kombinatorik dalam menentukan peluang kejadian majemuk untuk menganalisis situasi nyata yang melibatkan ketidakpastian secara logis dan menyenangkan.

3. Alur Tujuan Pembelajaran Fase F

Berikut ini terlampir alur tujuan pembelajaran yang digunakan pada buku teks utama ini.

Tabel 5 Alur Tujuan Pembelajaran Matematika Fase F

Kelas XI
1. Menentukan fungsi komposisi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi linear.
2. Menentukan fungsi invers untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi linear.
3. Menentukan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi linear.
4. Menentukan fungsi komposisi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi kuadrat.
5. Menentukan fungsi invers untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi kuadrat.
6. Menentukan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi kuadrat.
7. Menentukan fungsi komposisi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi eksponensial.
8. Menentukan fungsi invers untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi eksponensial.
9. Menentukan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi eksponensial.

Kelas XI

10. Mengidentifikasi hubungan antara unsur-unsur lingkaran (sudut pusat, sudut keliling, sudut luar, sudut dalam, jari-jari, tali busur, Panjang busur dan garis singgung).
11. Menentukan besar sudut pusat.
12. Menentukan besar sudut keliling.
13. Menentukan besar sudut luar.
14. Menentukan besar sudut dalam.
15. Menerapkan hubungan antara unsur-unsur lingkaran untuk menyelesaikan masalah.
16. Melakukan proses penyelidikan statistika untuk hubungan asosiasi antara dua variabel.
17. Mengidentifikasi dan menjelaskan asosiasi antara dua variable kategorikal (kualitatif) dan antara dua variable numerikal (kuantitatif).
18. Memperkirakan model linear terbaik (*best fit*) pada data numerikal (kuantitatif).
19. Membedakan hubungan asosiasi dan sebab akibat.

Kelas XII

1. Menggunakan konsep barisan aritmetika dalam menyelesaikan permasalahan matematika.
2. Menggunakan konsep barisan geometri dalam menyelesaikan permasalahan matematika.
3. Menggunakan konsep deret aritmetika dalam menyelesaikan permasalahan matematika.
4. Menggunakan konsep deret geometri dalam menyelesaikan permasalahan matematika.
5. Menyelesaikan permasalahan bunga tunggal menggunakan konsep barisan dan deret.
6. Menggunakan konsep suku bunga tunggal dalam menyelesaikan permasalahan matematika.
7. Menggunakan konsep suku investasi bunga majemuk dalam menyelesaikan permasalahan matematika.

Kelas XII

8. Menggunakan konsep investasi anuitas dalam menyelesaikan permasalahan matematika.
9. Menggunakan konsep pinjaman bunga majemuk dalam menyelesaikan permasalahan matematika.
10. Menggunakan konsep pinjaman dengan anuitas dalam menyelesaikan permasalahan matematika.
11. Menunjukkan pengaruh parameter suku bunga dan parameter periode pembayaran pada investasi dan pinjaman.
12. Mendeskripsikan aturan pengisian tempat, baik aturan penjumlahan maupun perkalian.
13. Menganalisis konsep permutasi.
14. Menganalisis konsep kombinasi.
15. Mengaplikasikan konsep permutasi dan kombinasi.
16. Menerapkan konsep kombinatorik dalam menentukan peluang suatu kejadian untuk menganalisis situasi nyata yang melibatkan ketidakpastian secara logis dan menyenangkan.
17. Menerapkan konsep kombinatorik dalam menentukan peluang kejadian majemuk untuk menganalisis situasi nyata yang melibatkan ketidakpastian secara logis dan menyenangkan.

4. Alur Tujuan Pembelajaran Alternatif

Selain menggunakan alur tujuan pembelajaran yang diterapkan pada buku teks utama ini, guru juga dapat memodifikasi alur tujuan pembelajaran, contohnya sebagai berikut.

Tabel 6 Tujuan Pembelajaran Alternatif Matematika Fase F

Elemen	Capaian Pembelajaran	Tujuan Pembelajaran
Bilangan	Menjelaskan barisan dan deret (aritmetika dan geometri), menerapkannya pada beragam masalah terutama masalah bunga	▶ Memahami konsep barisan dan deret (aritmetika dan geometri). ▶ Menyelesaikan masalah kontekstual dengan

Elemen	Capaian Pembelajaran	Tujuan Pembelajaran
	tunggal dan majemuk, memodelkan pinjaman dan investasi dengan bunga majemuk dan anuitas, serta menyelidiki (secara numerik atau grafis) pengaruh masing-masing parameter (suku bunga, periode pembayaran) dalam model tersebut.	menggunakan konsep barisan dan deret (aritmetika dan geometri). ► Memodelkan pinjaman dan investasi dengan bunga majemuk dan anuitas. ► Menyelidiki (secara numerik atau grafis) pengaruh masing-masing parameter (suku bunga, periode pembayaran) dalam model pinjaman dan investasi.
Aljabar dan Fungsi	Menentukan fungsi invers, komposisi fungsi, dan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat, eksponensial).	► Menentukan fungsi invers untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat dan eksponensial). ► Menentukan fungsi komposisi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat dan eksponensial). ► Menentukan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat dan eksponensial).

Elemen	Capaian Pembelajaran	Tujuan Pembelajaran
Geometri	Menerapkan, mengidentifikasi dan menjelaskan hubungan antara unsur-unsur lingkaran untuk menyelesaikan masalah.	▶ Mengidentifikasi hubungan antara unsur-unsur lingkaran (sudut pusat, sudut keliling, sudut luar, sudut dalam, jari-jari, tali busur, panjang busur dan garis singgung). ▶ Menentukan besar sudut pusat, sudut keliling, sudut luar, dan sudut dalam. ▶ Menerapkan hubungan antara unsur-unsur lingkaran untuk menyelesaikan masalah.
Analisis Data dan Peluang	Melakukan proses penyelidikan statistika untuk mengidentifikasi dan menjelaskan asosiasi antara dua variabel kategorikal (kualitatif) dan antara dua variabel numerikal (kuantitatif); memperkirakan model linear terbaik (be*st fit linear*) pada data numerikal (kuantitatif); membedakan hubungan asosiasi dan sebab-akibat; menjelaskan peluang dan menentukan frekuensi harapan dari kejadian majemuk;	▶ Melakukan proses penyelidikan statistika untuk hubungan asosiasi antara dua variabel. ▶ Mengidentifikasi dan menjelaskan asosiasi antara dua variabel kategorikal (kualitatif) dan antara dua variabel numerikal (kuantitatif). ▶ Memperkirakan model linear terbaik (*best fit*) pada data numerikal (kuantitatif). ▶ Membedakan hubungan asosiasi dan sebab-akibat.

Elemen	Capaian Pembelajaran	Tujuan Pembelajaran
	menyelidiki konsep dari kejadian saling bebas dan saling lepas, dan menentukan peluangnya; serta memahami konsep peluang bersyarat dan kejadian yang saling bebas menggunakan konsep permutasi dan kombinasi.	▶ Memahami konsep permutasi dan kombinasi. ▶ Menyelesaikan masalah dengan menggunakan permutasi dan kombinasi. ▶ Menentukan peluang dan frekuensi harapan kejadian majemuk. ▶ Memahami konsep peluang bersyarat menggunakan konsep permutasi dan kombinasi. ▶ Memahami konsep kejadian yang saling bebas menggunakan konsep permutasi dan kombinasi. ▶ Menyelesaikan permasalahan kontekstual dengan menggunakan peluang kejadian majemuk.

Tabel 7 Alur Tujuan Pembelajaran Alternatif Matematika Fase F

Alur Tujuan Pembelajaran
Kelas XI 1. Memahami konsep barisan dan deret (aritmetika dan geometri). 2. Menyelesaikan masalah kontekstual dengan menggunakan konsep barisan dan deret (aritmetika dan geometri). 3. Memodelkan pinjaman dan investasi dengan bunga majemuk dan anuitas.

Alur Tujuan Pembelajaran

4. Menyelidiki (secara numerik atau grafis) pengaruh masing-masing parameter (suku bunga, periode pembayaran) dalam model pinjaman dan investasi.
5. Menentukan fungsi komposisi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat dan eksponensial).
6. Menentukan fungsi invers untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat dan eksponensial).
7. Menentukan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat dan eksponensial).
8. Mengidentifikasi hubungan antara unsur-unsur lingkaran (sudut pusat, sudut keliling, sudut luar, sudut dalam, jari-jari, tali busur, panjang busur dan garis singgung).
9. Menentukan besar sudut pusat, sudut keliling, sudut luar, dan sudut dalam.
10. Menerapkan hubungan antara unsur-unsur lingkaran untuk menyelesaikan masalah.

Kelas XII

11. Melakukan proses penyelidikan statistika untuk hubungan asosiasi antara dua variabel.
12. Mengidentifikasi dan menjelaskan asosiasi antara dua variabel kategorikal (kualitatif) dan antara dua variabel numerikal (kuantitatif).
13. Memperkirakan model linear terbaik (best fit) pada data numerikal (kuantitatif).
14. Membedakan hubungan asosiasi dan sebab-akibat.
15. Memahami konsep permutasi dan kombinasi.
16. Menyelesaikan masalah dengan menggunakan permutasi dan kombinasi.
17. Menentukan peluang dan frekuensi harapan kejadian majemuk.
18. Memahami konsep peluang bersyarat menggunakan konsep permutasi dan kombinasi.

C. Kerangka Pembelajaran

Kerangka pembelajaran matematika merupakan panduan pembelajaran yang disusun secara sistematis untuk membangun ekosistem pendidikan yang mendukung pembelajaran matematika jenjang SMA/MA/SMK/MAK Kelas XII. Tujuan utama kerangka pembelajaran ini adalah untuk mendorong pembelajaran matematika yang bermakna, reflektif, dan kontekstual melalui aktivitas, lingkungan, dan kemitraan yang direncanakan dengan baik. Pendekatan ini mendorong peserta didik untuk berkembang menjadi pembelajar seumur hidup yang berkarakter dengan menekankan pemahaman, aplikasi, dan refleksi. Oleh karena itu, kerangka pembelajaran mendalam dihadirkan sebagai landasan strategis yang membantu guru dalam menciptakan proses belajar mengajar yang holistik dan kontekstual. Untuk menjadikan pembelajaran bermakna dan mendalam, guru harus menggunakan pendekatan pembelajaran yang kreatif dan inovatif. Dengan demikian, materi yang tersampaikan tidak hanya fokus dalam menyajikan materi saja, akan tetapi terjadi proses belajar mengajar yang melibatkan peserta didik secara aktif, reflektif, dan kontekstual.

Kerangka pembelajaran ini berfokus pada pencapaian delapan dimensi kompetensi, meliputi keimanan, kewargaan, penalaran kritis, kreativitas, kolaborasi, kemandirian, kesehatan, dan komunikasi. Selain memanfaatkan pendekatan kognitif, implementasi pembelajaran mendalam menggabungkan empat komponen penting yang saling melengkapi dan memberikan peserta didik pengalaman belajar yang utuh. Keempat komponen ini meliputi praktik pedagogis, kemitraan pembelajaran, lingkungan pembelajaran, dan pemanfaatan teknologi digital. Berikut penjelasan empat komponen pembelajaran mendalam.

1. Praktik Pedagogis

Praktik pedagogis dalam matematika berkaitan dengan berbagai pendekatan dan metode yang digunakan guru untuk membantu peserta didik dalam mempelajari mata pelajaran secara efisien, efektif, dan bermakna. Praktik pedagogis ini mencakup beragam pendekatan, mulai dari penggunaan strategi pembelajaran yang berpusat pada peserta didik hingga penggunaan alat peraga dan media pembelajaran matematika. Strategi pembelajaran yang dipilih oleh guru untuk memenuhi tujuan pembelajaran matematika dalam mencapai

dimensi profil lulusan. Pengalaman belajar peserta didik yang autentik, praktik dunia nyata, pengembangan kemampuan berpikir tingkat tinggi, dan kolaborasi merupakan komponen penting dari pembelajaran mendalam.

Berikut alternatif contoh praktik pedagogis yang dapat digunakan dalam pembelajaran matematika.

a. Penggunaan model pembelajaran pembelajaran berbasis projek, pembelajaran berbasis masalah, inkuiri, pembelajaran berbasis permainan, pendekatan berbasis genre, pembelajaran berbasis kolaboratif, dan lainnya.
b. Penggunaan berbagai media belajar dan berbagai sumber belajar.

2. Kemitraan Pembelajaran

Kemitraan pembelajaran membentuk hubungan yang dinamis antara guru, peserta didik, orang tua, komunitas, dan mitra profesional. Pendekatan ini memindahkan kontrol pembelajaran dari guru saja menjadi kolaborasi bersama. Keberhasilan pencapaian peserta didik dalam pembelajaran tidak hanya bergantung pada guru, namun juga melibatkan peran orang tua atau wali peserta didik, komunitas, dan mitra profesional. Guru sebaiknya dapat menjalin kerja sama yang baik dengan orang tua atau wali peserta didik sebagai rekan (*partner*) dengan cara mengomunikasikan pentingnya matematika. Semua peserta didik memiliki kemampuan untuk belajar matematika yang sama, sehingga sikap dan persepsi positif terhadap matematika berkesinambungan, baik di sekolah maupun di rumah.

Guru perlu terbuka menerima masukan dari orang tua atau wali, komunitas, dan mitra profesional, khususnya terhadap minat dan kesulitan yang dihadapi peserta didik, sehingga dapat melakukan diferensiasi pembelajaran sesuai dengan kebutuhan peserta didik. Guru dapat memberikan ide-ide kepada orang tua atau wali dalam mendukung pembelajaran putra/putrinya. Misalnya bagaimana orang tua dapat menyiapkan lingkungan belajar yang kondusif, memberikan dorongan semangat kepada putra/putrinya ketika mereka belum berhasil dalam pembelajaran, maupun memuji keberhasilan sekecil apapun yang ditunjukkan oleh putra/putrinya. Selain itu, guru sebaiknya juga mengomunikasikan sistem atau metode pembelajaran matematika yang digunakan di sekolah kepada orang tua, khususnya jika pendekatan tersebut baru bagi orang tua, misalnya pendekatan *flipped classroom*. Hal ini perlu

dilakukan untuk menghindari mispersepsi dari orang tua bahwa guru "tidak mengajarkan apa-apa", padahal metode tersebut menuntut peserta didik untuk belajar secara mandiri di rumah. Penyamaan persepsi penting, karena proses pembelajaran boleh didukung juga dari pihak orang tua.

Berikut alternatif contoh kemitraan pembelajaran yang dapat digunakan dalam pembelajaran matematika.

a. Kerja sama guru dengan peserta didik dalam perancangan pembelajaran, proses asesmen, dan sebagainya.
b. Kerja sama guru dengan rekan sejawat dalam berbagi praktik baik, perencanaan, refleksi dan evaluasi, dan sebagainya.
c. Kerja sama guru dengan orang tua untuk mendukung program pembelajaran yang dilakukan di sekolah, seperti melibatkan orang tua menjadi guru tamu.
d. Kerja sama guru dengan pihak luar sekolah seperti dunia kerja, puskesmas, dan lembaga lainnya yang terkait dengan pembelajaran.
e. Kerja sama guru dengan universitas untuk memberikan wawasan ruang lingkup pembelajaran dan pekerjaan.
f. Kerja sama peserta didik dengan peserta didik lain, peserta didik lintas kelompok, atau peserta didik lintas kelas.
g. Kerja sama peserta didik dengan orang tua dan dengan pihak lain.

3. Lingkungan Pembelajaran

Lingkungan pembelajaran dalam matematika mengacu pada tiga faktor utama yang dapat memengaruhi terjadinya proses belajar-mengajar matematika yang berkesadaran dan bermakna, yaitu faktor fisik, faktor psikologis, dan faktor emosional. Lingkungan pembelajaran seperti ini mencakup segala sesuatu yang terdapat pada lokasi terjadinya pembelajaran matematika berlangsung, seperti materi pembelajaran, ruang kelas, interaksi sosial, dan bahkan isu-isu lingkungan. Lingkungan pembelajaran menekankan integrasi antara ruang fisik, ruang virtual, dan budaya belajar untuk mendukung pembelajaran mendalam. Ruang fisik dan virtual dirancang fleksibel sebagai tempat yang mendorong kolaborasi, refleksi, eksplorasi, dan berbagi ide, sehingga dapat mengakomodasi berbagai gaya belajar peserta didik dengan optimal.

Berikut alternatif contoh lingkungan pembelajaran dalam yang dapat digunakan dalam pembelajaran matematika.

a. Menciptakan lingkungan belajar yang aman, nyaman, dan menyenangkan.
b. Memotivasi peserta didik untuk bereksplorasi, berekspresi, berkolaborasi, dan berefleksi.
c. Penggunaan platform pembelajaran daring atau *hybrid*.
d. Pemanfaatan lingkungan sekolah maupun sekitar, seperti taman sekolah, kantin, tempat wisata, fasilitas umum, ruang komputer, dan perpustakaan.

4. Pemanfaatan Teknologi Digital

Pemanfaatan teknologi digital dalam pendidikan matematika memberikan potensi substansial untuk meningkatkan efektivitas pengajaran dan pembelajaran. Pemanfaatan teknologi memungkinkan pendidikan yang lebih fleksibel, partisipatif, dan mudah diakses lebih banyak peserta didik, meskipun tidak semua peserta didik memiliki akses yang sama terhadap gawai dan koneksi internet yang memadai. Pemanfaatan teknologi digital juga memegang peran penting sebagai katalisator untuk menciptakan pembelajaran yang lebih interaktif, kolaboratif, dan kontekstual. Tersedianya beragam sumber belajar menjadi peluang menciptakan pengetahuan bermakna pada peserta didik. Teknologi digital dapat dimanfaatkan dalam perencanaan, pelaksanaan, dan asesmen pembelajaran, sehingga peserta didik mendapatkan pengalaman belajar yang lebih interaktif dan kolaboratif.

Berikut alternatif contoh pemanfaatan teknologi digital dalam yang dapat digunakan dalam pembelajaran matematika.

a. Pemanfaatan aplikasi atau media digital dalam pembelajaran matematika.
b. Penggunaan kecerdasan artifisial sebagai alat dukung pembelajaran matematika.
c. Penggunaan teknologi asistif untuk peserta didik berkebutuhan khusus.
d. Platform ruang kerja digital dan platform pendidikan digital, seperti Rumah Pendidikan.

D. Prinsip Pembelajaran

Prinsip pembelajaran menjadi landasan penting yang memastikan proses belajar berjalan efektif dan efisien. Pendekatan pembelajaran dapat tercapai melalui tiga prisip pembelajaran mendalam, yaitu berkesadaran, bermakna, dan menggembirakan. Ketiga prinsip ini diharapkan dapat meningkatkan efektivitas pembelajaran matematika dan menumbuhkan rasa cinta peserta didik terhadap mata pelajaran tersebut. Materi matematika pada jenjang SMA/MA/SMK/MAK Kelas XII membutuhkan keterampilan berpikir kritis, kreatif, komunikatif, dan kolaboratif.

Implementasi pembelajaran bermakna dalam matematika bisa berhasil dilakukan dalam penggunaan konteks lokal yang relevan dengan pengalaman peserta didik, seperti menggunakan data peternakan ikan dalam kolam untuk materi peluang. Implementasi pembelajaran penuh kesadaran melalui penerapan strategi "*thinking aloud*" di mana guru dan peserta didik mengartikulasikan proses berpikir mereka saat menyelesaikan masalah barisan dan deret. Implementasi pembelajaran menyenangkan melalui kegiatan eksplorasi kaidah pencacahan dengan bantuan teknologi interaktif, seperti Geogebra.

1. Berkesadaran (*Mindful*)

Berkesadaran merupakan pengalaman belajar peserta didik yang diperoleh ketika mereka memiliki kesadaran untuk menjadi pembelajar yang aktif dan mampu meregulasi diri. Pembelajaran matematika yang berkesadaran membutuhkan strategi khusus akan materi tersampaikan secara utuh yang menekankan keterlibatan aktif peserta didik dalam proses belajar mengajar, pemahaman mendalam tentang konsep matematika, dan relevansinya dengan situasi dunia nyata. Ketika peserta didik memiliki kesadaran belajar, mereka akan memperoleh pengetahuan dan keterampilan sebagai pelajar sepanjang hayat.

Materi matematika jenjang SMA/MA/SMK/MAK kelas XII membutuhkan konsentrasi yang tinggi dengan ketelitian yang cermat agar materi tersampaikan secara sistematis, seperti materi barisan dan deret, investasi dan pinjaman, kaidah pencacahan, dan materi peluang. Dengan mengadopsi pendekatan

penuh perhatian, guru dapat mengajak peserta didik dalam mengetahui pola pikir mereka sendiri, melakukan reflektif terhadap apa yang telah dikerjakan, dan berpikir logis dalam memecahkan masalah matematika.

Tabel 8 Karakter Prinsip Berkesadaran dan Contoh Pelaksanaan

Karakteristik Prinsip Berkesadaran	Contoh Pelaksanaan
a. Kenyamanan peserta didik dalam belajar. b. Fokus, konsentrasi, dan perhatian. c. Kesadaran terhadap proses berpikir. d. Kesempatan peserta didik untuk menentukan pilihan dan memiliki alasan atas pilihannya. e. Keterlibatan peserta didik dalam mengembangkan strategi belajarnya. f. Keterbukaan terhadap perspektif baru. g. Keingintahuan terhadap pengetahuan dan pengalaman baru.	▶ Memberikan pertanyaan pemantik sebagai proses pembelajaran yang memacu keingintahuan peserta didik. ▶ Memastikan peserta didik mengetahui apa yang akan dicapai dalam pembelajaran. ▶ Menunjukkan kebermanfaatan dari hasil belajar bagi peserta didik. ▶ Melaksanakan aktivitas pemantik kegiatan pembelajaran yang interaktif, seperti berdiskusi dan eksplorasi. ▶ Menyiapkan lingkungan belajar yang sesuai dengan karakteristik dan kenyamanan peserta didik. ▶ Menjadi pendengar aktif bagi peserta didik, serta memberi ruang yang nyaman bagi keberagaman.

2. Bermakna (*Meaningful*)

Pembelajaran bermakna terjadi ketika peserta didik dapat menerapkan pengetahuannya secara kontekstual. Pembelajaran yang bermakna dalam matematika selaras dengan sudut pandang konstruktivis, yang menyatakan bahwa peserta didik memahami jika mereka menciptakan makna dari pengalaman mereka dengan menghubungkan informasi baru dengan apa yang telah mereka ketahui tentang matematika. Proses belajar peserta didik

tidak hanya sebatas memahami informasi atau penguasaan konten, tetapi berorientasi pada kemampuan mengaplikasi pengetahuan.

Menurut gagasan Ausubel, dimensi pembelajaran matematika yang bermakna meliputi mempelajari matematika dengan cara yang menarik bagi pelajar dan melampaui ingatan sederhana. Konsep pembelajaran yang bermakna melibatkan peserta didik dengan isu nyata dalam konteks personal, lokal, nasional, atau global. Pembelajaran harus melibatkan orang tua, masyarakat, atau komunitas sebagai sumber pengetahuan praktis, serta menumbuhkan rasa tanggung jawab dan kepedulian sosial.

Tabel 9 Karakter Prinsip Bermakna dan Contoh Pelaksanaan

Karakteristik Prinsip Bermakna	Contoh Pelaksanaan
a. Kontekstual dan/atau relevan dengan kehidupan nyata. b. Keterlibatan peserta didik berperan dalam pemecahan masalah atau isu terdekat di kehidupan nyata. c. Keterkaitan dengan pengalaman sebelumnya. d. Kebermanfaatan pengalaman belajar untuk diterapkan dalam konteks baru. e. Keterkaitan dengan bidang ilmu lain. f. Pembelajar sepanjang hayat.	▶ Mengembangkan pembelajaran sesuai dengan permasalahan yang terjadi di sekitar peserta didik agar mereka dapat mengemukakan pengalamannya. ▶ Menunjukkan ilustrasi yang menggambarkan perbedaan antara kenyataan dan pengetahuan yang dimiliki. ▶ Melibatkan peserta didik dalam merancang pembelajaran, seperti memilih projek dan menentukan isu permasalahan. ▶ Melaksanakan pembelajaran yang tidak hanya berfokus pada penguasaan materi, tetapi mendorong peserta didik untuk menerapkan pengetahuan dalam situasi nyata dan kontekstual. ▶ Berdasarkan asesmen awal pembelajaran, guru memperoleh

Karakteristik Prinsip Bermakna	Contoh Pelaksanaan
	data karakteristik peserta didik untuk dijadikan dasar variasi aktivitas pembelajaran di kelas. ► Kegiatan belajar disesuaikan dengan kebutuhan belajar peserta didik, sehingga mereka merasakan manfaat dari apa yang dipelajari bagi kehidupannya.

3. Menggembirakan (*Joyful*)

Pembelajaran yang menggembirakan merupakan suasana belajar yang positif, menantang, menyenangkan, dan memotivasi. Rasa senang dalam belajar membantu peserta didik terhubung secara emosional, sehingga lebih mudah memahami, mengingat, dan menerapkan pengetahuan. Matematika merupakan mata pelajaran yang menantang bagi banyak peserta didik. Mereka seringkali kesulitan untuk mempelajari, menafsirkan, dan menjelaskan, serta harus menghafal banyak rumus matematika. Hal ini menyebabkan orang-orang membenci matematika dan enggan mempelajarinya. Tidak diketahui secara pasti siapa yang memberi mereka kesan bahwa matematika itu sulit dan membosankan, tetapi hal itu telah menjadi pola pikir atau *mindset* yang melekat pada diri mereka.

Sebenarnya, matematika merupakan mata pelajaran asyik dan menyenangkan, bahkan matematika termasuk mata pelajaran yang akan terus bermanfaat bagi masa depan mereka. Ada beberapa cara untuk membuat pembelajaran matematika menyenangkan, misalnya dengan menciptakan suasana belajar yang ramah dan mendukung, serta memanfaatkan teknik interaktif yang dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari. Untuk membuat pembelajaran lebih menarik, penting untuk mengubah persepsi tentang matematika, mengidentifikasi gaya belajar terbaik, dan memanfaatkan teknologi. Menerapkan pendekatan yang menyenangkan dalam mengajar matematika yang didasarkan pada teknik permainan *mathemagic*, teka-teki

matematika, dan narasi matematika yang menawan, sulit, dan menarik dapat menginspirasi peserta didik untuk menyukai mata pelajaran tersebut.

Tabel 10 Karakter Prinsip Menggembirakan dan Contoh Pelaksanaan

Karakteristik Prinsip Menggembirakan	Contoh Pelaksanaan
a. Lingkungan pembelajaran yang interaktif. b. Aktivitas pembelajaran yang menarik minat dan rasa ingin tahu. c. Menginspirasi. d. Tantangan yang memotivasi. e. Tercapainya keberhasilan belajar (*AHA moment*). f. Memberikan ruang untuk prakarsa, kreativitas sesuai dengan bakat, minat, dan perkembangan.	▶ Memfasilitasi interaksi yang sistematis dan produktif antara guru dengan peserta didik, sesama peserta didik, dan antara peserta didik dengan materi belajar. ▶ Merancang kegiatan pembelajaran yang memberikan jawaban terbuka yang memancing pemikiran pribadi peserta didik. ▶ Memfasilitasi peserta didik untuk berdiskusi atau melakukan simulasi. ▶ Memberikan dukungan dan tantangan yang sesuai dengan kemampuan peserta didik, seperti menyesuaikan alokasi waktu pembelajaran dengan kebutuhan peserta didik, serta menyesuaikan proses dan asesmen pembelajaran.

E. Asesmen

Asesmen merupakan bagian penting dalam proses pembelajaran. Prinsip-prinsip asesmen menjadi panduan agar proses penilaian benar-benar mencerminkan pencapaian belajar peserta didik secara utuh, adil, dan bermakna. Asesmen tidak hanya menjadi alat untuk mengukur hasil belajar,

tetapi juga sebagai proses refleksi dan perbaikan, serta tindak lanjut dari pembelajaran yang mendukung perkembangan kompetensi peserta didik secara berkelanjutan. Asesmen pada mata pelajaran matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XII merupakan komponen penting dalam mengukur keberhasilan proses belajar mengajar dan hasil belajar yang dilakukan untuk mencapai tujuan pembelajaran matematika dalam memahami, mengaplikasi, dan merefleksi. Guru harus mematuhi tiga prinsip asesmen dalam mengembangkan dan melaksanakan penilaian dalam pembelajaran, yaitu berkeadilan, objektif, dan edukatif. Buku ini berfokus pada dua jenis asesmen utama yang memfasilitasi pembelajaran mendalam, yaitu asesmen formatif dan asesmen sumatif.

1. Asesmen Formatif

Asesmen formatif merupakan salah satu metode untuk menentukan sejauh mana peserta didik telah mempelajari suatu topik. Penilaian formatif juga diartikan sebagai penilaian yang berupaya menyusun pengajaran dan pembelajaran menggunakan berbagai instrumen dengan mempertimbangkan perubahan konseptual, prosedural, sikap, dan pembelajaran peserta didik. Tujuan asesmen formatif ini untuk mengetahui perkembangan pola pikir peserta didik saat proses pembelajaran sedang berlangsung sebagai umpan balik yang konstruktivis, sehingga dapat dilakukan refleksi terhadap strategi pembelajaran yang digunakan.

a. Asesmen Awal

Asesmen awal dalam pembelajaran matematika merupakan suatu proses kegiatan sebelum pembelajaran dimulai untuk mengetahui pemahaman dasar peserta didik terhadap konsep matematika yang akan dipelajari. Tujuannya adalah agar guru lebih memahami tingkat keterampilan, kebutuhan belajar, dan kesiapan peserta didik. Guru dapat mengembangkan pengalaman belajar yang lebih efektif dan tepat. Guru menggunakan asesmen awal untuk memetakan kesiapan belajar peserta didik, mengidentifikasi kesenjangan pengetahuan, dan membangun teknik pembelajaran yang tepat.

b. Asesmen Saat Pembelajaran

Asesmen saat pembelajaran matematika merupakan suatu proses kegiatan saat pembelajaran sedang berlangsung untuk mengetahui informasi

pemahaman, keterampilan, dan perkembangan peserta didik dalam mata pelajaran matematika. Tujuannya adalah memberikan umpan balik kepada guru dan peserta didik dalam meningkatkan efektivitas proses belajar mengajar, sehingga tujuan pembelajaran dicapai oleh peserta didik.

Asesmen formatif digunakan untuk memberikan umpan balik kepada guru atas pembelajaran mereka sendiri. Selain mengukur kemajuan belajar peserta didik, asesmen formatif juga digunakan untuk mengevaluasi proses pembelajaran guru itu sendiri. Misalnya, ketika peserta didik diberikan materi baru, penting untuk menentukan apakah pembelajaran tersebut efektif dan apakah perlu ditingkatkan atau dilanjutkan. Diskusi kelompok, tugas kinerja, tanya jawab, dan observasi yang dilakukan selama proses pembelajaran, semuanya dapat digunakan sebagai bentuk evaluasi.

2. Asesmen Sumatif

Asesmen sumatif dalam pembelajaran matematika merupakan salah satu jenis penilaian yang dilakukan setelah pembelajaran selesai dan merupakan evaluasi terhadap pengetahuan, keterampilan, dan kemampuan peserta didik. Asesmen sumatif bertujuan untuk menilai pencapaian hasil belajar murid sebagai dasar penentuan kenaikan kelas dan kelulusan dari satuan pendidikan. Asesmen sumatif digunakan untuk memastikan ketercapaian tujuan pembelajaran. Asesmen sumatif dapat diterapkan di kelas atau sekolah dalam berbagai cara, seperti latihan soal untuk menilai pembelajaran di akhir pembelajaran, ujian akhir untuk menilai pembelajaran di akhir mata pelajaran, atau tes tingkat nasional, yang mengukur seberapa baik peserta didik telah mencapai standar matematika tingkat nasional. Peserta didik juga dapat mengikuti penilaian sumatif tingkat nasional atau internasional, seperti TIMSS (*The International Mathematics and Science Survey*) dan PISA (*Program for International Student Assessment*).

Untuk mengukur ketercapaian tujuan pembelajaran, perlu adanya sistem penilaian yang dilakukan secara terus-menerus selama proses pembelajaran dan di akhir proses pembelajaran. Peserta didik juga dilibatkan di dalam proses menilai diri. Bentuk dari penilaian hasil belajar ini antara lain penilaian formatif dan memberikan umpan balik kepada peserta didik melalui aktivitas *Ayo, Mencoba* dan Latihan. Asesmen sumatif dapat dilakukan melalui Uji

Kompetensi di akhir bab. Peserta didik memiliki banyak kesempatan untuk melakukan penilaian diri melalui aktivitas.

Tabel 11 Contoh Pedoman Penilaian

No.	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan
1.	Keterselesaian Buku Siswa	B^-	Bila buku siswa terselesaikan dengan baik.
		$<B^-$	
2.	Portofolio: a. Uji Kompetensi b. Soal dari tempat lain	A	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori sangat sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik.
		A^-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik.
		B^+	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori sedang dan mampu menyelesaikannya dengan baik.
		B	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori mudah dan mampu menyelesaikannya dengan baik.
		B^-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori sangat sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik.

No.	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan
		B, B^-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik.
		B^+, B, B^-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori sedang dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik.
		A^-, B+ , B, B^-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori mudah dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik.
	Proyek	A	Bila proyek terselesaikan dan manpu mempresentasikan dengan baik.
		A^-, B^+, B	Bila ada bagian dari proyek yang tidak terselesaikan atau kurang mampu mempresentasikan.
		B^-	Bila proyek tidak terselesaikan sama sekali.

Keterangan:
- Nilai Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM) = B^-
- Aspek penilaian nomor 1 adalah syarat nilai yang harus terpenuhi, sedangkan aspek penilaian nomor 2 adalah penambahan nilai.

Tabel 12 Contoh Kisi-Kisi Penilaian Proyek

No.	Tujuan Pembelajaran	Materi	Indikator	Teknik Penilaian
1.	Peserta didik mampu menerapkan kombinatorik dalam menentukan peluang kejadian dan kejadian majemuk.	Peluang Suatu Kejadian	Peserta didik mampu menerapkan konsep kombinatorik secara bermakna untuk menalar dan menyelesaikan masalah peluang kejadian dan kejadian majemuk secara logis, kritis, dan reflektif.	Proyek

Tabel 13 Contoh Rubrik Penilaian Proyek

Aspek yang Dinilai	Skor				
	0	1	2	3	4
1. Kemampuan merencanakan.					
2. Kemampuan menggunakan batang lidi secara tepat berdasarkan instruksi pada tugas proyek.					
3. Kemampuan menemukan macam-macam segi empat dan segitiga yang dibuat dari lidi.					
4. Kemampuan menjelaskan cara menemukan bentuk segi empat dan segitiga melalui lidi.					
5. Poster (produk).					
Skor maksimum	**20**				

Catatan:

Guru dapat menetapkan bobot yang berbeda-beda antara aspek satu dan lainnya pada penilaian (sebagaimana contoh rubrik penilaian di atas), dengan memperhatikan karakteristik tujuan pembelajaran atau keterampilan yang dinilai.

Tabel 14 Contoh Rubrik Penilaian Proyek

No.	Indikator	Rubrik
1.	Kemampuan perencanaan.	2 = Perencanaan lengkap (bahan, cara kerja, dan hasil) dan rinci. 1 = Perencanaan kurang lengkap. 0 = Tidak ada perencanaan.
2.	Kemampuan menggunakan batang lidi secara tepat berdasarkan instruksi pada tugas proyek.	2 = Menggambar dan memberi label secara tepat sesuai batang lidi yang dilihat dalam susunan. 1 = Menggambar dengan tepat tetapi salah dalam memberikan label atau sebaliknya. 0 = Gambar dan label tidak tepat.
3.	Kemampuan menemukan macam-macam segi empat dan segitiga yang dibuat dari lidi.	4 = Menggambar dan memberi label secara tepat dan lengkap. 3 = Menggambar dan memberi label secara tepat, tetapi tidak lengkap. 2 = Menggambar dengan tepat tetapi keliru dalam pemberian label. 1 = Menggambar dan memberi label dengan tidak tepat. 0 = Tidak ada gambar.
4.	Kemampuan menjelaskan cara menemukan bentuk segi empat dan segitiga melalui lidi.	4 = Menjelaskan secara tepat, lengkap, dan runtut. 3 = Menjelaskan secara tepat, lengkap, tetapi kurang runtut.

No.	Indikator	Rubrik
		2 = Menjelaskan secara tepat, tetapi kurang lengkap dan kurang runtut. 1 = Menjelaskan secara kurang tepat, kurang lengkap, dan kurang runtut. 0 = Tidak melakukan presentasi.
5.	Poster (produk).	3 = Poster menarik, informatif, dan merepresentasikan secara tepat. 2 = Poster kurang menarik, kurang informatif, tetapi merepresentasikan secara tepat.
		1 = Poster kurang menarik, kurang informatif, dan kurang merepresentasikan secara tepat. 0 = Tidak ada poster.

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Skor Perolehan}}{15} \times 100$$

Tabel 15 Contoh Kisi-Kisi Penilaian Proyek

No.	Tujuan Pembelajaran	Indikator	Teknik
1.	Peserta didik mampu mengaplikasikan konsep bunga majemuk dan anuitas dalam konteks investasi dan pinjaman untuk mencapai tujuan finansial.	1.1. Mengidentifikasi dan menggunakan rumus bunga majemuk dan anuitas (investasi dan pinjaman) dengan tepat.	Penilaian produk proyek (laporan dan *spreadsheet*).

No.	Tujuan Pembelajaran	Indikator	Teknik
		1.2. Melakukan perhitungan finansial (proyeksi investasi, angsuran pinjaman, dan total bunga) dengan akurat dan konsisten.	
2.	Peserta didik mampu menganalisis pengaruh parameter (suku bunga, jangka waktu, dan jumlah pokok atau angsuran) terhadap hasil investasi dan pinjaman.	2.1. Menganalisis dampak perubahan satu atau lebih parameter terhadap hasil investasi atau biaya pinjaman. 2.2. Membandingkan berbagai skenario finansial secara komprehensif.	Penilaian produk proyek (laporan) dan penilaian presentasi.
3.	Peserta didik mampu mengembangkan keterampilan berpikir kritis, pemecahan masalah, dan pengambilan keputusan finansial.	3.1. Memberikan justifikasi yang logis dan didukung data untuk setiap keputusan atau rekomendasi finansial. 3.2. Menunjukkan refleksi tentang implikasi jangka panjang dari keputusan finansial dan pemahaman akan risiko serta tanggung jawab. 3.3. Mengidentifikasi masalah keuangan dan menawarkan solusi yang relevan.	Penilaian produk proyek (laporan), penilaian presentasi, dan observasi selama proyek.

No.	Tujuan Pembelajaran	Indikator	Teknik
4.	Peserta didik mampu mempresentasikan rencana keuangan secara sistematis dan persuasif.	4.1. Menyajikan rencana keuangan secara terorganisir, jelas, dan mudah dipahami. 4.2. Menggunakan media visual (tabel atau grafik) secara efektif untuk mendukung presentasi. 4.3. Menunjukkan kreativitas dan orisinalitas dalam penyajian produk proyek.	Penilaian presentasi
		4.4. Menjelaskan relevansi proyek dengan kehidupan nyata.	

Tabel 16 Contoh Rubrik Penilaian Proyek

Kriteria	Skor 4 (Sangat Baik)	Skor 3 (Baik)	Skor 2 (Cukup)	Skor 1 (Cukup)
1. Pemahaman Konsep (Matematika Finansial)	Menunjukkan pemahaman yang sangat mendalam dan akurat dalam mengaplikasikan seluruh konsep (bunga majemuk, anuitas investasi dan pinjaman, serta pengaruh parameter) secara tepat.	Menunjukkan pemahaman yang baik dalam mengaplikasikan sebagian besar konsep dengan sedikit kesalahan kecil.	Menunjukkan pemahaman dasar beberapa konsep, namun terdapat beberapa kesalahan atau miskonsepsi.	Pemahaman konsep sangat terbatas dan banyak kesalahan dalam aplikasi rumus.

Kriteria	Skor 4 (Sangat Baik)	Skor 3 (Baik)	Skor 2 (Cukup)	Skor 1 (Cukup)
2. Akurasi Perhitungan	Semua perhitungan finansial (proyeksi investasi, angsuran pinjaman, dan lainnya) sangat akurat, konsisten, dan disajikan dengan jelas (misal menggunakan *spreadsheet* yang rapi).	Sebagian besar perhitungan akurat, mungkin ada satu atau dua kesalahan minor yang tidak signifikan.	Beberapa perhitungan akurat, namun ada beberapa kesalahan yang mempengaruhi hasil akhir secara moderat.	Banyak kesalahan perhitungan yang signifikan atau perhitungan tidak lengkap dan tidak dapat diandalkan.
3. Analisis dan Berpikir Kritis	Melakukan analisis yang sangat mendalam terhadap berbagai skenario, secara komprehensif menguraikan pengaruh parameter, dan memberikan justifikasi atau rekomendasi yang logis, rasional, dan didukung data.	Melakukan analisis yang baik terhadap sebagian besar skenario, dapat mengidentifikasi pengaruh parameter, dan memberikan justifikasi yang cukup logis.	Analisis cenderung dangkal, hanya mengidentifikasi beberapa pengaruh parameter, dan justifikasi kurang kuat atau tidak selalu didukung data.	Tidak ada analisis yang jelas, hanya menyajikan perhitungan tanpa perbandingan atau justifikasi, atau analisisnya salah.
4. Koneksi dengan Kehidupan Nyata (*Meaningful*)	Tujuan finansial sangat relevan dan personal, serta menunjukkan pemahaman yang kuat tentang bagaimana konsep keuangan diaplikasikan secara praktis dalam kehidupan nyata.	Tujuan finansial relevan dan cukup personal, serta menunjukkan pemahaman aplikasi praktis konsep dalam sebagian besar aspek.	Tujuan finansial relevan, namun koneksi aplikasi praktis konsep kurang mendalam atau kurang terperinci.	Tujuan finansial kurang relevan atau tidak menunjukkan koneksi yang jelas dengan aplikasi praktis konsep keuangan.

Kriteria	Skor 4 (Sangat Baik)	Skor 3 (Baik)	Skor 2 (Cukup)	Skor 1 (Cukup)
5. Refleksi dan Kesadaran (*Mindful*)	Menyertakan refleksi yang mendalam tentang implikasi jangka panjang keputusan finansial, risiko, dan pentingnya tanggung jawab dalam perencanaan.	Menyertakan refleksi yang cukup baik tentang implikasi beberapa keputusan finansial dan tanggung jawab.	Refleksi terbatas, hanya menyentuh permukaan implikasi keputusan finansial.	Tidak ada atau sangat minim refleksi tentang implikasi dan tanggung jawab finansial.
6. Kreativitas dan Presentasi (*Joyful*)	Laporan atau presentasi sangat menarik, kreatif, terorganisir dengan sangat baik, dan disajikan dengan sangat jelas dan persuasif. Semua data visual (grafik atau tabel) sangat efektif.	Laporan atau presentasi menarik, terorganisir dengan baik, dan disajikan dengan jelas. Sebagian besar data visual efektif.	Laporan atau presentasi cukup terorganisir dan jelas, namun kurang menarik atau kurang kreatif. Beberapa data visual kurang efektif.	Laporan atau presentasi tidak terorganisir, sulit dipahami, kurang menarik, serta data visual tidak ada atau tidak efektif.

Tabel 17 Contoh Rubrik Penilaian Sumatif 1

Aspek yang dinilai	Mulai Berkembang (MB)	Sedang Berkembang (SB)	Berkembang Sesuai Harapan (BSH)	Sangat Berkembang (SAB)
Pemahaman Konsep	Penjelasan tentang konsep pencacahan keliru atau tidak ada.	Menjelaskan konsep pencacahan secara parsial atau tidak lengkap.	Menjelaskan konsep pencacahan dengan benar sebagian besar konsep.	Menjelaskan konsep pencacahan dengan benar dan lengkap semua konsep yang digunakan.
Ketepatan Perhitungan	Banyak kesalahan mendasar pada perhitungan menggunakan rumus.	Beberapa kesalahan perhitungan menggunakan rumus.	Sebagian besar perhitungan menggunakan rumus benar.	Semua langkah perhitungan menggunakan rumus benar dan lengkap.

Aspek yang dinilai	Mulai Berkembang (MB)	Sedang Berkembang (SB)	Berkembang Sesuai Harapan (BSH)	Sangat Berkembang (SAB)
Logika Penyelesaian	Tidak menunjukkan alur logis yang dapat dinilai.	Alur berpikir tidak jelas atau lompat-lompat.	Langkah cukup logis meski ada bagian kurang jelas.	Langkah sistematis, logis, dan mudah dipahami.
Kontekstualisasi Masalah	Konteks tidak dijelaskan atau tidak relevan.	Konteks disampaikan seadanya.	Konteks cukup jelas dan relevan.	Konteks dijelaskan secara menarik dan relevan.
Kreativitas Penyajian	Tidak ada visualisasi atau tidak relevan.	Visualisasi seadanya dan kurang mendukung.	Visualisasi cukup informatif dan sesuai.	Visualisasi menarik, informatif, dan memperkuat isi.
Komunikasi Tertulis	Bahasa kacau dan sulit dipahami.	Bahasa cukup baik, beberapa bagian membi-ngungkan.	Bahasa baik dengan sedikit kekeliruan.	Bahasa baku, sistematis, tanpa kesalahan berarti.

Keterangan

Skor maksimal: 6 aspek × 4 = 24

Kriteria Ketuntasan

Skor 21–24 : Tuntas Sangat Baik

Skor 17–20 : Tuntas Minimum

Skor ≤16 : Belum Tuntas (Remedial)

Tabel 18 Contoh Rubrik Penilaian Alternatif Sumatif 2

Aspek yang Dinilai	Indikator Pencapaian	Skor Maksimal
Pemahaman Konsep	Menjelaskan konsep kaidah pencacahan (aturan perkalian atau penjumlahan, permutasi, kombinasi, dan binomial) secara tepat sesuai konteks.	25

Aspek yang Dinilai	Indikator Pencapaian	Skor Maksimal
Akurasi Perhitungan Matematika	Melakukan perhitungan kombinatorial (C_r^n, P_r^n, perkalian) dengan benar, serta menunjukkan pemahaman dalam pemilihan rumus.	25
Kreativitas Produk	Produk sumatif disusun dengan ide kreatif, menarik secara visual, dan mudah dipahami.	20
Relevansi Konteks Kehidupan	Tugas berkaitan dengan kehidupan nyata dan menunjukkan aplikasi konkret matematika.	15
Kemampuan Presentasi dan Refleksi	Menyampaikan hasil kerja dengan percaya diri, runtut, serta dapat menjawab pertanyaan dan merefleksikan pengalaman belajarnya.	15
Total Skor		**100**

Catatan Guru

a. Guru dapat menggunakan pendekatan *mindful*, *meaningful*, dan *joyful* learning dalam proses penugasan.

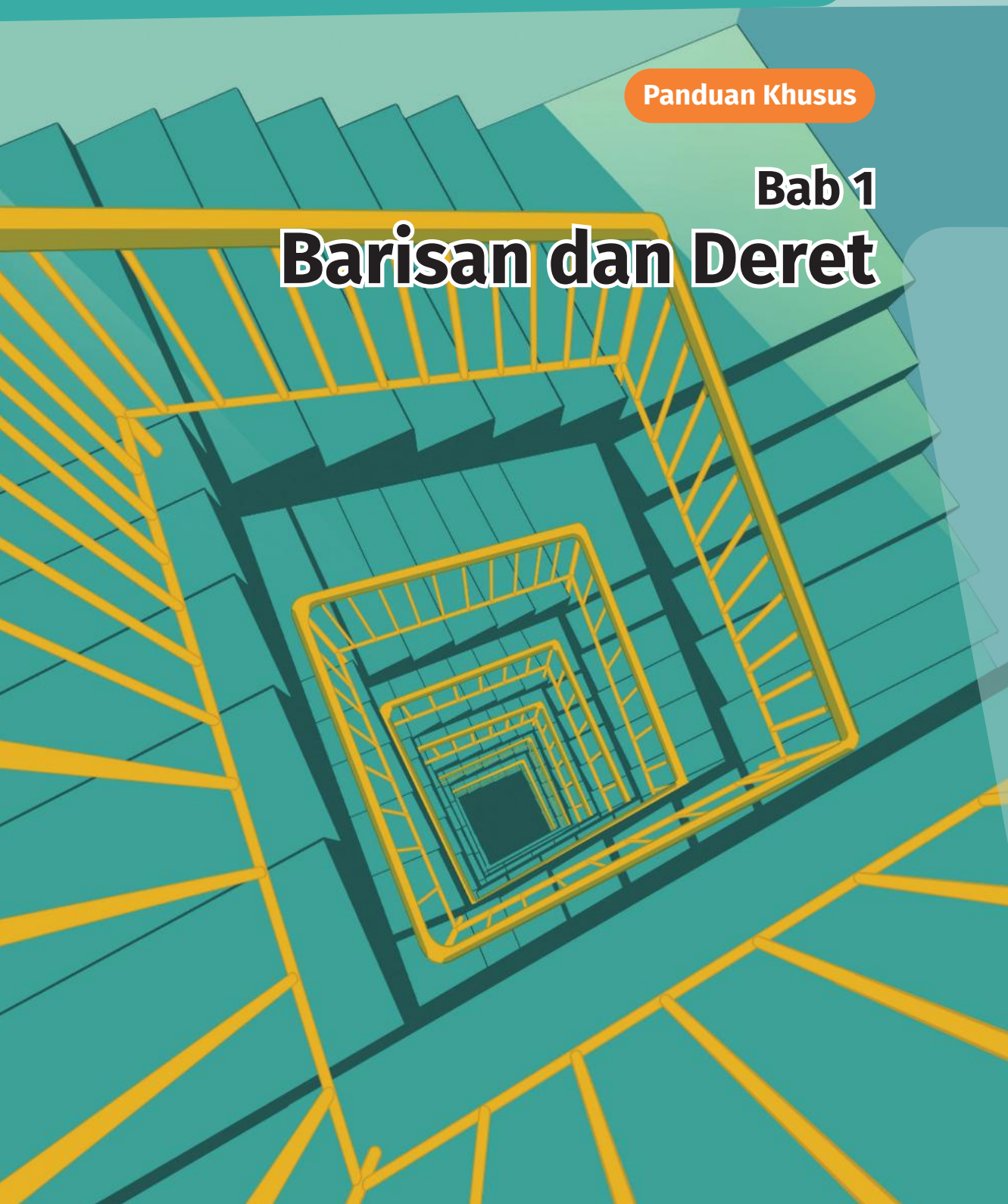
b. Dampingi dan bimbing peserta didik yang membutuhkan bantuan dengan *scaffolding* atau bimbingan bertahap.

c. Pastikan semua peserta didik terlibat aktif dan memahami makna pembelajaran, bukan sekadar menyelesaikan tugas.

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
REPUBLIK INDONESIA, 2025
Panduan Guru Matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas XII (Edisi Revisi)
Penulis: **Mohammad Tohir, dkk**
ISBN: 978-634-00-3116-4 (jil.3 PDF)

Panduan Khusus

Bab 1
Barisan dan Deret



A. Pendahuluan

Bab 1 ini menyajikan tentang konsep Barisan dan Deret. Materi ini mencakup pemahaman pola bilangan dan representasi numerik yang muncul dalam berbagai aspek kehidupan sehari-hari. Materi ini juga memberikan peluang bagi peserta didik untuk belajar mengenali dan memodelkan pola, menghitung jumlah atau nilai tertentu dalam suatu urutan, serta menggunakan logika matematika dalam menyelesaikan masalah kontekstual. Barisan dan deret tidak hanya bermanfaat dalam lingkup akademik, tetapi juga sangat relevan dalam kehidupan nyata. Misalnya dalam merencanakan keuangan, memperkirakan pertumbuhan populasi, menentukan jumlah kursi dalam acara, dan mengelola investasi. Pada bab ini, peserta didik diperkenalkan pada dua jenis utama barisan, yaitu barisan aritmetika dan barisan geometri. Barisan aritmetika ditandai dengan adanya selisih tetap antarsuku yang disebut "beda". Sementara itu, barisan geometri memiliki rasio tetap antarsuku yang disebut "rasio". Kedua jenis barisan ini kemudian dikembangkan menjadi deret aritmetika dan deret geometri, yaitu penjumlahan suku-suku dari barisan tersebut.

1. Tujuan Pembelajaran dan Indikator

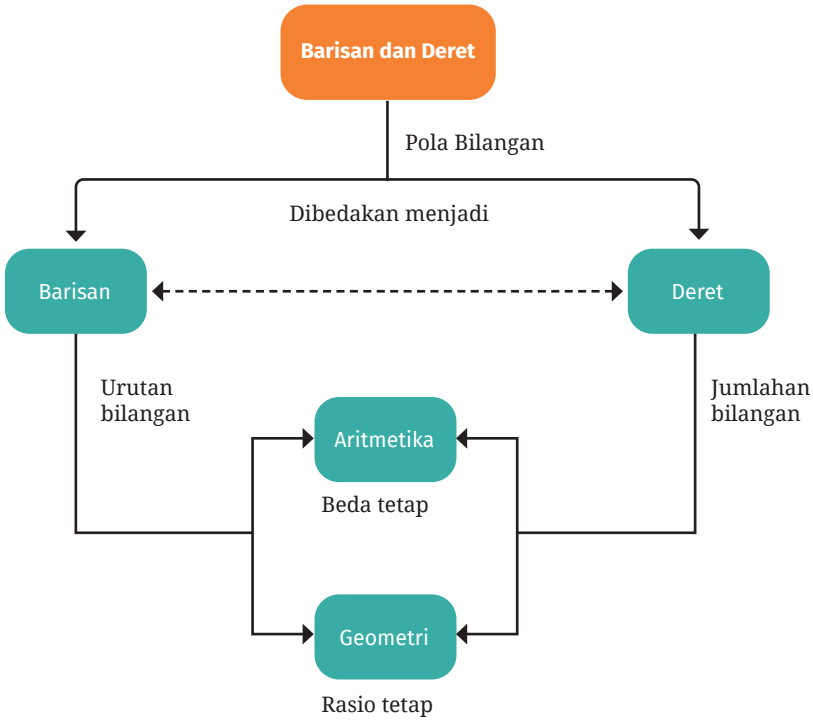
Bab 1 ini terdiri dari tiga subbab yaitu barisan dan deret. Subbab barisan terdiri dari barisan aritmetika dan geometri. Subbab deret terdiri dari deret aritmetika dan deret geometri. Selain itu, juga terdapat subbab penerapan barisan dan deret dalam menyelesaikan permasalahan bunga tunggal.

Tabel 1.1 Tujuan Pembelajaran dan Indikator Materi Bab 1

Subbab	Tujuan Pembelajaran	Indikator
Barisan	*Barisan aritmetika* Menggunakan konsep barisan aritmetika dalam menyelesaikan permasalahan matematika.	1. Mendeskripsikan konsep barisan aritmetika. 2. Menyelesaikan permasalahan sehari-hari menggunakan barisan aritmetika.

Subbab	Tujuan Pembelajaran	Indikator
	Barisan Geometri Menggunakan konsep barisan geometri dalam menyelesaikan permasalahan matematika.	1. Mendeskripsikan konsep barisan geometri. 2. Menyelesaikan permasalahan sehari-hari menggunakan barisan geometri.
Deret	*Deret Aritmetika* Menggunakan konsep deret aritmetika dalam menyelesaikan permasalahan matematika.	1. Mendeskripsikan konsep deret aritmetika. 2. Menyelesaikan permasalahan sehari-hari menggunakan deret aritmetika.
	Deret Geometri Menggunakan konsep deret geometri dalam menyelesaikan permasalahan matematika.	1. Mendeskripsikan konsep deret geometri. 2. Menyelesaikan permasalahan sehari-hari menggunakan deret geometri.
Bunga Tunggal	Menyelesaikan permasalahan bunga tunggal menggunakan konsep barisan dan deret.	1. Menyelesaikan permasalahan bunga tunggal menggunakan konsep barisan. 2. Menyelesaikan permasalahan bunga tunggal menggunakan konsep deret.

2. Peta Konsep



3. Keterkaitan Pokok Materi

Materi dimulai dengan subbab barisan. Pada awal pembelajaran, peserta didik diajak mengamati fenomena konkret yang akrab dalam kehidupan mereka, seperti susunan mangkok atau susunan batu bata bertingkat. Melalui aktivitas "Ayo, Bereksplorasi" yang melibatkan susunan mangkok, peserta didik belajar mengenali pola barisan aritmetika. Mereka diminta membandingkan tinggi mangkok ketika jumlah mangkoknya bertambah. Dari aktivitas ini, peserta didik mulai mengidentifikasi adanya pola penambahan tetap sehingga terbentuk barisan bilangan 4, 6, 8, 10, dan seterusnya. Aktivitas ini menjadi jembatan menuju konsep barisan aritmetika dan rumus suku ke-n. Selanjutnya, dalam kegiatan "Ayo, Berkolaborasi", peserta didik bersama kelompoknya menganalisis banyaknya susunan batu bata bertingkat. Melalui informasi jumlah batu bata dari baris pertama hingga beberapa baris berikutnya, peserta didik diminta memprediksi banyak batu bata pada tingkat ke-10. Aktivitas ini memberikan tantangan kontekstual untuk mengembangkan strategi berpikir

kritis dalam mengenali pola dan menerapkan rumus suku ke-n. Diskusi antarkelompok memungkinkan terjadinya tukar gagasan yang memperkuat penguasaan konsep.

Selanjutnya, peserta didik diajak menelusuri penerapan barisan aritmetika dalam pengelolaan keuangan melalui studi kasus tabungan bulanan Dina. Aktivitas ini menantang peserta didik untuk menemukan suku pertama dan beda dari barisan berdasarkan dua suku yang diketahui. Melalui pendekatan sistem persamaan linear, peserta didik mempelajari teknik analitis untuk menurunkan rumus barisan serta menjawab pertanyaan lanjutan seperti total tabungan dalam kurun waktu tertentu. Aktivitas ini sangat efektif untuk menghubungkan konsep matematika dengan dunia nyata.

Pemahaman peserta didik terhadap barisan geometri dibangun melalui aktivitas "Ayo, Mengingat Kembali" dan ”Ayo, Bereksplorasi” yang melibatkan simulasi bola pantul dan lipatan kertas. Peserta didik mengamati bagaimana tinggi pantulan bola atau jumlah lipatan kertas membentuk suatu pola pengurangan atau pelipatan tetap. Mereka menyusun data dalam bentuk tabel dan mengidentifikasi rasio antarsuku. Aktivitas ini memperkenalkan rasio tetap dan melatih peserta didik untuk menemukan rumus suku ke-n dalam barisan geometri. Dalam kegiatan "Ayo, Berpikir Kreatif", peserta didik diajak menjelajahi cerita petualangan mengenai deretan pilar kuno. Setiap pilar memiliki tinggi yang mengikuti pola tertentu, misalnya dua kali atau tiga kali tinggi sebelumnya. Peserta didik diminta menebak tinggi pilar ke-10 hingga ke-100 dan menyusun generalisasi dalam bentuk rumus. Aktivitas ini mendorong kemampuan berpikir logis, imajinatif, dan menumbuhkan rasa ingin tahu.

Konsep deret aritmetika diperkenalkan melalui inspirasi dari sejarah penemuan Carl Friedrich Gauss, yang mampu menjumlahkan bilangan 1 sampai 100 dengan cepat. Dalam aktivitas "Ayo, Bereksplorasi", peserta didik diajak memahami metode Gauss dan menyusun sendiri rumus jumlah n suku pertama deret aritmetika. Aktivitas ini memperkaya wawasan sejarah matematika sekaligus memperkuat kemampuan generalisasi pola bilangan.

Kemudian, melalui simulasi pengumpulan 8 botol plastik bekas untuk didaur ulang. Setiap kali pengumpulan, jumlah total botol plastik yang telah terkumpul dicatat oleh petugas bank sampah di lingkungannya. Dari tabel

yang disusun, peserta didik mempelajari bagaimana jumlah total tersebut membentuk deret aritmetika. Aktivitas ini memberikan konteks sosial dan moral dalam pembelajaran matematika.

Untuk memperkenalkan deret geometri, aktivitas "Investasi Bu Wiji" digunakan sebagai konteks utama. Peserta didik menganalisis pertumbuhan nilai investasi yang meningkat sebesar persentase tetap setiap tahun. Mereka menyusun deret geometri berdasarkan nilai awal dan rasio pertumbuhan, lalu menghitung jumlah total investasi setelah beberapa tahun. Aktivitas ini melatih literasi finansial dan kemampuan prediktif peserta didik.

Terakhir, peserta didik diajak membandingkan pertumbuhan nilai investasi dengan pola pertambahan tetap (aritmetika) dan pertumbuhan rasio (geometri). Diskusi ini memberikan wawasan tentang efektivitas strategi investasi dan memperkaya pemahaman peserta didik dalam pengambilan keputusan berdasarkan analisis matematis. Dengan menyajikan setiap konsep melalui aktivitas yang konkret dan kontekstual, buku ini diharapkan menjadi panduan efektif bagi guru dalam menciptakan pembelajaran matematika yang menyenangkan, bermakna, dan memberdayakan peserta didik sebagai pembelajar sepanjang hayat.

4. Saran Waktu Pembelajaran dalam Satu Bab

Alokasi waktu yang disarankan untuk mempelajari Bab 1 ini adalah sekitar 24 Jam Pelajaran.

a. 10 JP untuk subbab Barisan
b. 10 JP untuk subbab Deret
c. 4 JP untuk subbab Bunga Tunggal

Pembagian rentang waktu yang ditunjukkan merupakan saran terkait waktu pembelajaran dalam satu bab. Guru dapat memodifikasi waktu pembelajaran sesuai dengan karakteristik peserta didik pada jenjang SMA/MA/SMK/MAK Kelas XII di satuan pendidikan masing-masing.

B. Konsep dan Keterampilan Prasyarat

Sebelum peserta didik mempelajari materi barisan dan deret, sangat penting bagi guru untuk memastikan bahwa peserta didik telah menguasai sejumlah konsep dasar dan keterampilan prasyarat yang akan menjadi fondasi dalam memahami dan menyelesaikan berbagai persoalan pada materi ini. Materi barisan dan deret, yang mencakup barisan aritmetika, barisan geometri, deret aritmetika, deret geometri, serta aplikasi dalam bunga tunggal dan majemuk, memerlukan kemampuan berpikir logis, numerik dan pola, serta keterampilan representasi simbolik yang matang. Konsep urutan bilangan dan hubungan antarsuku dalam suatu pola harus dapat dikenali peserta didik secara eksplisit, baik melalui bentuk visual maupun bentuk numerik. Keterampilan ini dapat diasah dari materi sebelumnya seperti pengurutan bilangan, pengenalan pola, dan aritmetika dasar.

Secara lebih rinci, berikut keterampilan prasyarat yang harus dikuasai peserta didik.

1. Operasi hitung bilangan bulat dan pecahan, baik penjumlahan, pengurangan, perkalian, maupun pembagian.
2. Pemahaman konsep variabel dan aljabar dasar, seperti menyusun dan menyederhanakan bentuk aljabar, serta menyelesaikan persamaan linear satu variabel.
3. Kemampuan mengamati dan menganalisis pola bilangan.
4. Kemampuan menafsirkan dan menyajikan informasi dari tabel atau gambar.
5. Kemampuan memecahkan masalah kontekstual.

Guru perlu menggunakan pendekatan kontekstual dan bertahap dalam menghubungkan pengetahuan prasyarat dengan konsep baru. Misalnya, memulai pembelajaran dari pengamatan pola visual (seperti susunan mangkok atau tinggi pilar), dilanjutkan dengan representasi numerik dan simbolik. Dengan menekankan pentingnya keterampilan-keterampilan tersebut, guru akan lebih mudah mengarahkan proses pembelajaran yang berdiferensiasi, memberikan penguatan kepada peserta didik yang belum menguasai konsep

dasar, serta menantang peserta didik yang telah siap dengan aktivitas berpikir tingkat tinggi.

C. Kerangka Pembelajaran

Kerangka pembelajaran untuk materi Barisan dan Deret yang berdasarkan empat dimensi utama: praktik pedagogis, kemitraan pembelajaran, lingkungan pembelajaran, dan pemanfaatan digital adalah sebagai berikut.

Tabel 1.2 Kerangka Pembelajaran Materi Bab 1

Aspek Dimensi Pembelajaran	Deskripsi
1. Praktik Pedagogis	**Pendekatan:** ▶ Kontekstual (*Contextual Teaching and Learning*): mengaitkan konsep barisan dan deret dengan fenomena sehari-hari (pantulan bola, pembagian ruang memori digital, dan tabungan bunga tunggal). ▶ *Problem Based Learning*: peserta didik diajak menyelesaikan masalah nyata seperti jumlah susunan batu bata, hasil panen, atau tabungan. ▶ Eksploratif dan Inkuiri: peserta didik menemukan pola bilangan melalui kegiatan "Ayo, Bereksplorasi" dan "Ayo, Berkolaborasi". **Strategi Pembelajaran:** ▶ Diskusi kelompok kecil untuk mengamati pola (ruang memori digital, persebaran info hoaks, bola, dan pantulan). ▶ Penemuan terbimbing dengan menyusun tabel dan menemukan aturan suku ke-n. ▶ Latihan bertahap: dari contoh sederhana → soal kontekstual → uji kompetensi. ▶ Refleksi diri melalui lembar asesmen diri (membedakan barisan, menghitung deret, dan bunga tunggal).

Aspek Dimensi Pembelajaran	Deskripsi
	Asesmen: ▶ Formatif: pertanyaan pemantik, diskusi kelompok, eksplorasi tabel, dan latihan soal singkat. ▶ Sumatif: uji kompetensi akhir bab, soal kontekstual, dan penyelesaian masalah berbasis kehidupan nyata. ▶ Asesmen Diri: peserta didik mencentang perkembangan kompetensinya (sudah memahami → belum memahami).
2. Kemitraan Pembelajaran	**Kolaborasi Peserta Didik-Guru:** ▶ Guru berperan sebagai fasilitator, memberi contoh kontekstual, dan memandu diskusi. ▶ Peserta didik aktif mengamati, menanya, mencoba, dan menyimpulkan. ▶ Kegiatan "Ayo, Berkolaborasi" mendorong peserta didik belajar dalam kelompok untuk menemukan pola dan rumus. Peran Guru: ▶ Menyediakan stimulus berupa ilustrasi nyata (pembagian ruang memori digital, bola, pantulan, dan tabungan). ▶ Memberi *scaffolding* (bantuan bertahap) ketika peserta didik menemukan kesulitan menghitung. ▶ Menyediakan pertanyaan kritis agar peserta didik dapat menggeneralisasi rumus dari pola yang ditemukan. ▶ Memfasilitasi refleksi diri agar peserta didik menyadari kemajuan belajarnya.

Aspek Dimensi Pembelajaran	Deskripsi
3. Lingkungan Pembelajaran	Fisik: ▶ Penggunaan media nyata: pembagian ruang memori digital, bola, dan penyebaran informasi hoaks untuk memperagakan pola barisan atau pola geometri. ▶ Penyajian gambar atau ilustrasi di papan tulis atau proyektor (ruang memori digital, trampolin, penyebaran informasi hoaks, dan investasi). ▶ Tabel dan grafik digunakan sebagai alat bantu visual. Psikososial: ▶ Kelas dibangun dengan suasana inklusif, partisipatif, dan menyenangkan. ▶ Mendorong kerja sama antarpeserta didik dalam diskusi kelompok. ▶ Memberikan ruang aman bagi peserta didik untuk mencoba, salah, dan memperbaiki pemahaman. ▶ Menghargai setiap jawaban peserta didik agar tumbuh rasa percaya diri.
4. Pemanfaatan Digital	**Alat dan Platform:** ▶ GeoGebra: eksplorasi pola barisan, deret aritmetika, deret geometri, dan deret tak hingga (tautan sudah tersedia dalam buku siswa). ▶ Kalkulator atau *spreadsheet* (Excel atau Google Sheets): untuk menghitung jumlah suku atau memvisualisasikan grafik investasi. ▶ *Learning Management System* (LMS) sekolah atau Google Classroom: untuk berbagi tugas, latihan *online*, dan refleksi.

Aspek Dimensi Pembelajaran	Deskripsi
	Aktivitas Digital: ▶ Peserta didik memindai QR atau tautan GeoGebra untuk mengeksplorasi interaktif pola deret aritmetika dan geometri. ▶ Peserta didik membuat grafik perkembangan investasi (kasus Bu Wiji atau Angga) dengan spreadsheet. ▶ Diskusi *online* melalui forum kelas mengenai penerapan barisan dan deret dalam kasus nyata (ekonomi, lingkungan, dan olahraga). ▶ Refleksi diri dikumpulkan secara digital (form Google atau LMS).

Kerangka pembelajaran ini diharapkan menciptakan pengalaman belajar yang mendalam, kontekstual, dan bermakna bagi peserta didik dalam memahami konsep Barisan dan Deret.

D. Apersepsi

Pembelajaran materi Barisan dan Deret pada Bab 1 dimulai dengan apersepsi yang bertujuan membangkitkan rasa ingin tahu dan kesadaran belajar peserta didik terhadap pentingnya memahami konsep barisan dan deret. Dalam buku siswa Bab Barisan dan Deret, apersepsi disajikan dalam bentuk situasi kontekstual berupa pertanyaan reflektif dan aktivitas sederhana. Salah satu contohnya adalah pengamatan terhadap susunan mangkok. Guru mengajak peserta didik mengamati pola tinggi tumpukan mangkok ketika ditambahkan mangkok lain di atasnya. Pertanyaan seperti, "Apa yang terjadi pada tumpukan mangkok jika mangkok terus ditambahkan?" atau "Apakah ada pola tertentu yang bisa kamu temukan?" mendorong peserta didik untuk berpikir kritis dan mengaitkan pengalaman nyata dengan konsep barisan bilangan.

Selain itu, apersepsi juga dapat berupa pertanyaan-pertanyaan awal yang merangsang rasa ingin tahu, seperti "Pernahkah kamu melihat tumpukan batu bata yang berbentuk piramida? Bagaimana caramu memperkirakan jumlah batu bata di baris tertentu?" atau "Jika uang saku kamu ditambah dengan jumlah tetap setiap minggu, apakah kamu bisa memprediksi jumlah uang di minggu ke-10?" Pertanyaan-pertanyaan ini tidak hanya membangkitkan minat, tetapi juga berfungsi sebagai formatif awal yang membantu guru mengidentifikasi pemahaman awal peserta didik. Apersepsi juga dapat disajikan dalam bentuk aktivitas yang menyenangkan seperti permainan cepat (*quick math games*), simulasi visual menggunakan alat peraga sederhana (seperti kertas lipat atau bola pantul), atau gim logika sederhana berbasis pola. *Ice breaking* yang bertema matematika seperti menebak pola angka atau membuat teka-teki bilangan dapat digunakan untuk menciptakan suasana yang kondusif, menyenangkan, dan menggugah semangat belajar.

Bab Barisan dan Deret merupakan salah satu fondasi penting dalam pembelajaran matematika tingkat SMA/MA/SMK/MAK Fase F karena mencakup pemahaman pola bilangan dan representasi numerik yang muncul dalam berbagai aspek kehidupan sehari-hari. Materi Barisan dan Deret memberikan peluang bagi peserta didik untuk belajar mengenali dan memodelkan pola, menghitung jumlah atau nilai tertentu dalam sebuah urutan, serta menggunakan logika matematika dalam menyelesaikan masalah kontekstual. Barisan dan Deret tidak hanya bermanfaat dalam lingkup akademik, tetapi juga sangat relevan dalam kehidupan nyata seperti merencanakan keuangan, memperkirakan pertumbuhan populasi, menentukan jumlah kursi dalam acara, dan mengelola investasi.

Dalam bab ini, peserta didik diperkenalkan pada dua jenis utama barisan, yaitu barisan aritmetika dan barisan geometri. Barisan aritmetika ditandai dengan adanya selisih tetap antarsuku yang disebut "beda". Sementara itu, barisan geometri memiliki rasio tetap antarsuku yang disebut "rasio". Kedua jenis barisan ini kemudian dikembangkan menjadi deret aritmetika dan deret geometri, yaitu penjumlahan suku-suku dari barisan tersebut. Pemahaman peserta didik terhadap rumus suku ke-n dan jumlah n suku pertama menjadi kunci untuk menyelesaikan masalah dalam bentuk numerik maupun kontekstual. Pembelajaran difasilitasi melalui kegiatan eksploratif, diskusi kelompok, penemuan konsep secara mandiri, serta pemanfaatan teknologi seperti aplikasi Geogebra dan sumber daring interaktif.

E. Formatif Awal

Peserta didik mengawali kegiatan pembelajaran terkait barisan dan deret dengan mengerjakan formatif awal. Guru diharapkan melaksanakan formatif awal sebagai langkah strategis dalam pembelajaran. Formatif awal adalah penilaian yang dilakukan sebelum pembelajaran dimulai untuk memahami sejauh mana peserta didik telah menguasai materi prasyarat, sekaligus untuk mengetahui kemampuan awal mereka, baik dari sisi pengetahuan, keterampilan, maupun sikap terhadap materi yang akan dipelajari. Hasil dari asesmen ini akan menjadi landasan penting bagi guru dalam merancang pendekatan pembelajaran yang sesuai dengan kebutuhan peserta didik, termasuk menerapkan strategi pembelajaran berdiferensiasi secara tepat sasaran.

Pada buku siswa Bab Barisan dan Deret, proses formatif awal telah diintegrasikan melalui bagian "Ayo, Mengingat Kembali" dan pertanyaan pemantik yang menstimulasi pengetahuan sebelumnya. Misalnya, peserta didik diajak mengamati pola dari susunan kursi atau bola, dan mengaitkannya dengan pengetahuan pola bilangan yang pernah mereka pelajari di jenjang sebelumnya. Aktivitas ini tidak hanya menghidupkan kembali pengetahuan lama, tetapi juga berfungsi sebagai asesmen kognitif yang mengukur kesiapan konseptual peserta didik. Selain itu, bagian seperti "Ayo, Berpikir Kritis", "Ayo, Berpikir Kreatif", dan "Ayo, Berkolaborasi" membuka ruang bagi asesmen nonkognitif, dengan mengeksplorasi cara berpikir, sikap kolaboratif, dan keingintahuan peserta didik dalam konteks pembelajaran.

Melalui formatif awal yang dirancang secara holistik ini, guru dapat mengidentifikasi kebutuhan belajar individual peserta didik. Guru dapat menyesuaikan pembelajaran berdasarkan hasil asesmen awal, misalnya memberikan penguatan konsep dasar bagi peserta didik yang belum siap, atau menyajikan tantangan lanjutan bagi yang sudah memahami materi prasyarat. Dengan demikian, formatif awal bukan hanya berfungsi sebagai alat ukur, tetapi juga sebagai pintu masuk menuju pembelajaran yang adaptif, inklusif, dan transformatif.

F. Panduan Pembelajaran Buku Siswa

Tujuan umum pada aktivitas belajar mengajar adalah peserta didik dapat memahami, menghitung, dan mengevaluasi materi barisan dan deret yang berkaitan dengan aritmetika maupun geometri secara efektif dan menghubungkannya dengan situasi dunia nyata.

Subbab A: Barisan

1. Barisan Aritmetika

Tabel 1.3 Pengalaman Belajar Materi Barisan Aritmetika

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Mengingat Kembali Menemukan pola bilangan selanjutnya.	Memahami	Menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya.
Ayo, Bereksplorasi Menentukan rumus beda dari permasalahan yang diberikan.	Memahami	Menghubungkan dengan konteks nyata dan/atau kehidupan sehari-hari.
Ayo, Berkolaborasi Bekerjasama untuk menemukan rumus suku ke-n.	Mengaplikasi	Menerapkan pengetahuan ke dalam situasi nyata atau bidang lain.
Ayo, Berpikir Kreatif Menyelesaikan solusi alternatif lain dalam suatu permasalahan.	Mengaplikasi	Berpikir kritis dan mencari solusi inovatif berdasarkan pengetahuan yang ada.

Ayo, Mengingat Kembali

Guru mengajak peserta didik untuk memperhatikan aktivitas mengingat kembali dengan memperhatikan gambar. Aktivitas ini mengajak peserta didik untuk bernalar dan mengaitkan kembali materi pola bilangan yang pernah dipelajari pada jenjang sebelumnya. Dengan mengamati dan memprediksi berapa jumlah kursi atau bola pada kolom terakhir, peserta didik berlatih mengenali pola dan membuat generalisasi yang merupakan dua hal penting dalam memahami barisan dan deret. Ini bukan hanya soal menghitung, tetapi juga soal melihat keteraturan dalam kehidupan sehari-hari.

Melalui aktivitas sederhana ini, peserta didik akan menyadari bahwa barisan dan deret sangat dekat dengan dunia nyata. Untuk dapat menentukan pola dengan tepat dan menjawab pertanyaan dengan benar, peserta didik perlu memahami konsep barisan dan deret secara menyeluruh.

Ayo, Bereksplorasi

Peserta didik diajak untuk mulai mengeksplorasi konsep barisan bilangan melalui pengamatan terhadap gambar tumpukan mangkok yang tersusun secara bertingkat. Guru dapat memulai dengan menampilkan gambar yang memperlihatkan bahwa tinggi tumpukan 1 mangkok adalah 10 cm, 2 mangkok adalah 12 cm, 3 mangkok adalah 14 cm, dan seterusnya hingga 10 mangkok memiliki tinggi 28 cm.

1 mangkok = 10 cm
2 mangkok = 12 cm
3 mangkok = 14 cm
4 mangkok = 16 cm
5 mangkok = 18 cm
6 mangkok = 20 cm
7 mangkok = 22 cm
8 mangkok = 24 cm
9 mangkok = 26 cm
10 mangkok = 28 cm



Susunan Mangkok

Selanjutnya, fasilitasi peserta didik untuk melengkapi Tabel 1.1 yang mencatat hubungan antara banyaknya mangkok dan tinggi. Melalui aktivitas ini, peserta didik akan menemukan pola bilangan 10, 12, 14, 16, ..., yang kemudian diperkenalkan sebagai barisan bilangan. Arahkan peserta didik untuk menuliskan suku-suku dalam notasi simbolik seperti U_1 = 10, U_2 = 12, dan seterusnya. Langkah ini berguna untuk membiasakan peserta didik dengan cara penulisan barisan yang lebih formal. Aktivitas eksplorasi ini dapat diperkaya dengan diskusi kelompok menggunakan pertanyaan kontekstual, misalnya: "Jika ada 30 tumpukan mangkok yang disusun secara betingkat, berapa tinggi mangkok yang tersusun?" Pertanyaan ini melatih kemampuan berpikir logis, pemahaman terhadap pola, serta kemampuan berkomunikasi matematis.

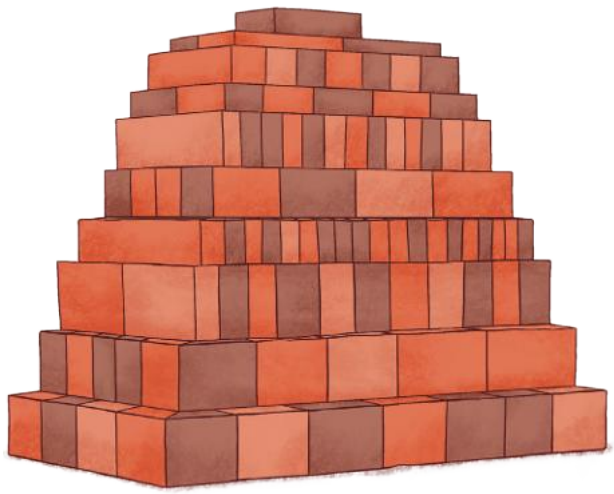
Guru perlu mengarahkan peserta didik agar mampu mengidentifikasi bahwa selisih antarsuku bilangan pada barisan tersebut selalu tetap, yaitu dua. Selisih tetap ini dikenal sebagai beda (b), dan dari sini konsep barisan aritmetika dikenalkan. Tekankan bahwa pola-pola seperti ini banyak ditemukan dalam kehidupan sehari-hari dan menjadi dasar pemahaman untuk materi berikutnya, seperti deret aritmetika dan rumus suku ke-n. Guru dapat memanfaatkan momen eksplorasi ini untuk mendorong rasa ingin tahu peserta didik dan memperkuat koneksi antara pengalaman konkret dan abstraksi matematika.



Ayo, Berkolaborasi

Peserta didik diajak untuk memahami barisan aritmetika melalui konteks nyata yang dekat dengan kehidupan mereka, yaitu susunan batu bata yang disusun bertingkat membentuk bangunan menyerupai piramida. Susunan bata tersebut dibuat rapi, di mana lapisan paling bawah terdiri atas paling banyak bata, sedangkan semakin ke atas jumlah bata pada setiap lapisan semakin berkurang. Guru dapat memantik rasa ingin tahu peserta didik dengan mengajukan pertanyaan sederhana: "Mengapa batu bata yang diatasnya lebih sedimit daripada tumpukan batu bata di bawahnya?". Pertanyaan ini menjadi titik awal untuk mengajak peserta didik mengeksplorasi pola banyak kursi di setiap baris.

Guru kemudian memfasilitasi kolaborasi peserta didik dalam kelompok kecil untuk menganalisis data banyak batu bata dari baris ke-1 hingga baris ke-5. Dari data tersebut, peserta didik akan mengamati bahwa banyak batu bata berkurang secara teratur, yaitu dengan pengurangan 3 batu bata setiap baris. Ajak peserta didik berdiskusi untuk menyelidiki apakah pola ini membentuk barisan aritmetika. Berikan kesempatan bagi tiap kelompok untuk menuliskan hasil analisis mereka, baik dalam bentuk uraian penambahan bertingkat maupun representasi matematis seperti berikut.



Susunan Batu Bata Bertingkat

- Baris ke-1 = 28
- Baris ke-2 = 28 + [1 × (–3)]
- Baris ke-3 = 28 + [2 × (–3)], dan seterusnya.

Melalui kolaborasi ini, peserta didik akan menemukan bahwa pola tersebut merupakan barisan aritmetika dengan suku pertama $a = 28$ dan beda $b = -3$. Selanjutnya, guru dapat menuntun peserta didik untuk menyusun rumus umum suku ke-n, yaitu:

$$U_n = a + (n-1)b$$

Gunakan rumus ini untuk mengarahkan peserta didik menentukan banyak kursi pada baris ke-10, misalnya dengan substitusi langsung ke dalam rumus seperti berikut.

$$U_{10} = 28 + (10-1) \times -3 = 28 - 27 = 1$$

Kegiatan ini bertujuan menumbuhkan kemampuan berpikir analitis dan keterampilan kerja sama, karena peserta didik tidak hanya menghitung tetapi juga harus merumuskan pola dan mengomunikasikan hasilnya. Dengan berkolaborasi, peserta didik belajar mendengarkan ide teman, menyampaikan pendapat, dan membangun pemahaman bersama terhadap suatu konsep. Guru dapat menutup aktivitas dengan merefleksikan bagaimana matematika hadir dalam kehidupan nyata dan pentingnya kerja sama dalam menyelesaikan masalah. Pastikan setiap kelompok mendapatkan bimbingan yang cukup dan diberi ruang untuk menemukan konsep melalui eksplorasi bersama. Rumus suku ke-n pada suatu barisan aritmetika adalah

$$U_n = a + (n-1)b$$

Keterangan:

U_n = suku ke-n

a = suku pertama

n = urutan suku

b = beda

Ayo, Berpikir Kreatif

Guru mengawali kegiatan dengan menunjukkan permasalahan pada aktivitas sebelumnya, sehingga peserta didik dapat berpikir dan menganalisis permasalahan untuk menunjukkan solusi alternatifnya. Guru dapat mengarahkan kepada peserta didik untuk berdiskusi atau bekerjasama dengan teman sebangkunya. Setelah melakukan aktivitasnya, guru dapat memberikan kesimpulan dengan mencocokkan beberapa solusi alternatif yang ditunjukkan peserta didik. Berikut salah satu solusinya.

Diketahui persamaan (2) $a + 8b = 90.000$ dan beda $b = 5.000$, sehingga didapatkan nilai a berikut.

$$\begin{aligned} a + 8b &= 90.000 \\ a + 8(5.000) &= 90.000 \\ a + 40.000 &= 90.000 \end{aligned}$$

$$a = 90.000 - 40.000$$
$$a = 50.000$$

Ternyata mendapatkan nilai yang sama.

Selanjutnya, menentukan tabungan untuk bulan ke-12 dan ke-17 dengan nilai $a = 50.000$ dan $b = 5.000$.

Untuk bulan ke-12 atau U_{12}.

$$U_n = a + (n-1)b$$
$$U_{12} = 50.000 + (12-1)5.000$$
$$U_{12} = 50.000 + 11 \cdot 5000$$
$$U_{12} = 50.000 + 55.000$$
$$U_{12} = 105.000$$

Untuk bulan ke-17 atau U_{17}.

$$U_n = a + (n-1)b$$
$$U_{17} = 50.000 + (17-1)5.000$$
$$U_{17} = 50.000 + 16 \cdot 5000$$
$$U_{17} = 50.000 + 80.000$$
$$U_{17} = 130.000$$

Jadi, tabungan pada bulan ke-12 adalah Rp105.000,00 dan tabungan pada bulan ke-17 adalah Rp130.000,00.

2. Barisan Geometri

Tabel 1.4 Pengalaman Belajar Materi Barisan Geometri

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Mengingat Kembali Menganalisis informasi dari suatu permasalahan.	Memahami	Menstimulasi proses berpikir peserta didik.
Ayo, Bereksplorasi Menentukan rumus rasio dari permasalahan yang diberikan.	Memahami	Menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya.

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Berkolaborasi Bekerja sama untuk menemukan rumus suku ke-n dari barisan geometri.	Mengaplikasi	Menerapkan pengetahuan ke dalam situasi nyata atau bidang lain.
Ayo, Berpikir Kreatif Membuat catatan dari hasil observasi yang berkaitan dengan barisan geometri.	Mengaplikasi	Berpikir kritis dan mencari solusi inovatif berdasarkan pengetahuan yang ada.
Ayo, Berpikir Kritis Membandingkan temuan yang diberikan dengan pemahaman yang dimiliki sebelumnya.	Mengaplikasi	Mengembangkan pemahaman lebih lanjut melalui aktivitas berpikir kritis lebih lanjut.



Ayo, Mengingat Kembali

Bagian ini dirancang untuk membantu guru memantik pemahaman awal peserta didik terhadap konsep barisan geometri melalui aktivitas kontekstual yang dekat dengan kehidupan mereka. Guru dapat memulai pembelajaran dengan menyampaikan cerita tentang Oemar yang menjatuhkan bola dari balkon rumah. Ilustrasi pada gambar menunjukkan bahwa setelah bola dijatuhkan dari ketinggian tertentu (misalnya, 16 meter), bola akan memantul ke atas dengan ketinggian yang terus menurun, yang artinya setiap kali hanya setengah dari pantulan sebelumnya.

Guru dapat mengajak peserta didik untuk mengamati dan menganalisis urutan ketinggian pantulan bola: 16 meter, 8 meter, 4 meter, 2 meter, dan seterusnya. Melalui pengamatan ini, peserta didik diarahkan untuk menemukan pola bahwa setiap nilai suku selanjutnya merupakan hasil perkalian suku sebelumnya dengan bilangan tetap, yaitu ½. Inilah inti dari

konsep barisan geometri, di mana terdapat suatu rasio yang tetap (dalam hal ini ½) antara dua suku yang berurutan.

Setelah peserta didik memahami pola dari fenomena pantulan bola, guru dapat memperkenalkan istilah matematis seperti "rasio", "suku pertama", dan "suku ke-n". Aktivitas ini bertujuan membangun pemahaman konseptual peserta didik secara alami, dimulai dari situasi konkret yang familiar menuju abstraksi matematika. Dengan mengaitkan materi dengan peristiwa sehari-hari, peserta didik tidak hanya menghafal rumus, tetapi juga memahami maknanya.

Gunakan aktivitas ini untuk menggali pemahaman awal peserta didik, mengembangkan diskusi kelas, serta memfasilitasi eksplorasi terhadap pola-pola serupa dalam kehidupan nyata. Guru juga dapat memberikan pertanyaan terbuka seperti: "Bagaimana jika bola dipantulkan dari ketinggian berbeda?" untuk mendorong keterlibatan aktif dan berpikir kritis peserta didik sejak awal pembelajaran.



Ayo, Bereksplorasi

Guru memfasilitasi peserta didik untuk memahami konsep barisan geometri melalui kegiatan eksplorasi kontekstual yang dekat dengan dunia teknologi digital. Aktivitas ini dirancang untuk menumbuhkan rasa ingin tahu peserta didik serta mendorong mereka membangun pemahaman konsep secara mandiri melalui simulasi dan pengamatan pola. Guru dapat memulai kegiatan dengan mengajak peserta didik membayangkan sebuah blok memori digital berbentuk persegi panjang sebagai satu kesatuan utuh. Pada tahap awal, guru menjelaskan bahwa sistem komputer melakukan proses partisi biner, yaitu membagi satu blok memori menjadi dua bagian yang sama besar. Selanjutnya, guru mengarahkan peserta didik untuk menyimulasikan proses tersebut secara bertahap: pada tahap pertama terbentuk 2 blok memori yang sama besar, kemudian pada tahap berikutnya setiap blok kembali dibagi menjadi dua bagian yang sama besar, dan seterusnya hingga beberapa tahap.

Guru meminta peserta didik mencatat hasil pembagian pada setiap tahap ke dalam Tabel 1.2, yang memuat hubungan antara jumlah tahap partisi dan banyaknya blok memori sama besar yang terbentuk. Guru dapat

membimbing peserta didik untuk mendiskusikan hasilnya secara klasikal dan membandingkan temuan antarpeserta didik.

Jumlah tahap partisi	1 kali	2 kali	3 kali	4 kali
Banyaknya blok memori sama besar yang terbentuk	2 bagian	4 bagian	8 bagian	16 bagian

Setelah data terkumpul, ajaklah peserta didik untuk mengamati pola bilangan yang terbentuk: 2, 4, 8, 16, ... dan menuliskannya sebagai barisan bilangan. Dorong peserta didik menjawab pertanyaan-pertanyaan eksploratif yang sudah tersedia atau dapat dikembangkan guru sesuai dengan kreativitasnya.



Ayo, Berkolaborasi

Pada aktivitas ini, guru memfasilitasi peserta didik untuk memahami konsep barisan geometri melalui konteks autentik yang dekat dengan kehidupan remaja, yaitu penyebaran informasi hoaks di media sosial. Aktivitas ini bertujuan menumbuhkan kesadaran literasi digital sekaligus membantu peserta didik membangun pemahaman matematis melalui kerja sama dan diskusi kelompok.

Guru dapat memulai kegiatan dengan menjelaskan bahwa perkembangan teknologi digital dan media sosial memungkinkan informasi menyebar dengan sangat cepat. Namun, kondisi ini juga meningkatkan risiko tersebarnya informasi hoaks. Guru kemudian menyampaikan skenario simulasi: pada awal pengamatan terdapat 2 akun media sosial yang membagikan sebuah informasi hoaks di dalam grup pertemanan. Setiap 2 jam, setiap akun yang telah membagikan hoaks tersebut memengaruhi 3 akun lain untuk ikut menyebarkan informasi yang sama. Pola penyebaran ini diasumsikan berlangsung secara konsisten selama periode pengamatan.

Untuk memancing rasa ingin tahu peserta didik, guru dapat mengajukan pertanyaan kontekstual seperti: *"Bagaimana cara menentukan jumlah akun yang terlibat dalam penyebaran hoaks setelah 10 jam?"*

Selanjutnya, guru membagi peserta didik ke dalam kelompok kecil dan membimbing mereka melengkapi pernyataan serta menyusun pola barisan geometri berdasarkan data berikut.

- Suku pertama (a) = 2
- Rasio (r) = 2
- Interval waktu penyebaran: setiap 2 jam
- Banyak tahap penyebaran dalam 10 jam: 10 : 2 = 5 tahap
- Sehingga yang diminta adalah suku ke-5 (U_5)

Guru dapat melanjutkan instruksi kepada peserta didik untuk mengisi titik-titik yang disediakan. Guru dapat menekankan bahwa pola yang terjadi merupakan contoh dari barisan geometri, dan membantu peserta didik mengenali rumus umum barisan geometri. Dengan demikian, didapatkan rumus menentukan suku ke-n pada barisan geometri adalah

$$U_n = a \cdot r^{n-1}$$

Keterangan:

U_n = suku ke-n $\quad$ n = urutan suku

a = suku pertama $\quad$ r = rasio



Ayo, Berpikir Kreatif

Guru memfasilitasi peserta didik untuk mengembangkan pemikiran kreatif melalui aktivitas eksploratif berbasis konteks imajinatif yang dekat dengan dunia peserta didik. Guru mengajak peserta didik menyelami skenario cerita yang mengandung pola matematis dan menuntun mereka menemukan pola bilangan berpangkat dalam barisan geometri.

Berikut langkah-langkah yang dapat dilakukan guru.

1. Bangun suasana imajinatif. Bacakan atau tampilkan narasi berikut.

   "Kamu sedang menjelajahi situs kuil kuno dalam rangka menyelesaikan tugas proyek. Deretan pilar misterius menarik perhatianmu. Pilar pertama memiliki tinggi normal, pilar kedua dua kali lebih tinggi dari yang pertama, dan pilar ketiga empat kali lebih tinggi dari yang pertama. Pola ini membuat kamu penasaran."

2. Ajak peserta didik untuk mengamati dan menganalisis pola. Guru bisa menyiapkan ilustrasi atau representasi visual pilar-pilar agar peserta didik lebih mudah mengamati perubahan tinggi antarpilar.

3. Pandulah peserta didik dalam diskusi kelompok. Peserta didik diminta membuat catatan pengamatan dan menjawab pertanyaan-pertanyaan pemantik berikut.
   a. Apakah kamu menemukan pola tetap dalam tinggi pilar-pilar tersebut?
   b. Apa hubungan tinggi masing-masing pilar dengan pilar pertama?
   c. Jika tinggi pilar pertama diubah, apakah pola tetap berlaku?
   d. Berapa tinggi pilar ke-10? Bagaimana dengan pilar ke-5 atau ke-8?
   e. Bagaimana cara menyusun rumus umum untuk tinggi pilar ke-n?
4. Dorong penggunaan model matematika. Bimbing peserta didik mengembangkan rumus berbentuk barisan geometri, misalnya:

   $$U_n = ar^{n-1}$$

   dengan a adalah tinggi pilar pertama dan r adalah rasio tetap (pengali tinggi antarpilar).
5. Fasilitasi presentasi hasil eksplorasi. Minta masing-masing kelompok menyampaikan hasil pengamatan dan model rumus yang mereka temukan secara lisan atau tertulis. Guru dapat memberikan umpan balik dan mengajak kelompok lain menanggapi.
6. Akhiri dengan refleksi bersama. Ajak peserta didik merefleksikan proses berpikir kreatif mereka dan kaitkan dengan pentingnya kemampuan mengidentifikasi pola dalam kehidupan sehari-hari serta sikap kolaboratif yang mereka tunjukkan.



Ayo, Berpikir Kritis

Guru memfasilitasi peserta didik untuk mengembangkan keterampilan bernalar kritis melalui analisis terhadap pernyataan yang menuntut pengujian logika dan pemahaman konsep barisan geometri. Guru perlu menciptakan suasana diskusi terbuka agar peserta didik bebas mengemukakan pendapat berdasarkan bukti matematis.

Berikut langkah-langkah yang dapat dilakukan guru.

- Guru mengajak peserta didik untuk membaca bagian *Ayo, Berpikir Kritis* yang ada di buku siswa.
- Kegiatan berpikir kritis terkait barisan geometri dapat dilaksanakan melalui beberapa pendekatan.
- Fasilitasi diskusi kelompok kecil atau diskusi kelas. Dorong peserta didik untuk membandingkan pendapat dan menguji pernyataan tersebut dengan beberapa contoh barisan, misalnya

  Pertama, peserta didik dibagi ke dalam kelompok berdasarkan variasi suku pertama dan rasio, kemudian diminta menganalisis pola suku, menyusun contoh maupun kontra contoh, serta menyajikan hasil observasi secara sistematis.

  Kedua, peserta didik dapat melakukan eksplorasi melalui simulasi atau visualisasi barisan dengan berbagai kondisi, mengamati perubahan besaran dan tanda suku, lalu merumuskan kesimpulan yang logis.

  Ketiga, permasalahan kontekstual, seperti pertumbuhan modal atau populasi, dapat diberikan agar peserta didik menilai pengaruh suku pertama dan rasio terhadap perkembangan suku serta menjelaskan pola yang muncul secara rasional dan terstruktur.

Subbab B: Deret

1. Deret Aritmetika

Tabel 1.5 Pengalaman Belajar Materi Deret Aritmetika

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Bereksplorasi Menganalisis informasi dari suatu permasalahan dan menemukan solusi alternatifnya.	Memahami	Menghubungkan dengan konteks nyata dan/atau kehidupan sehari-hari.

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Tahukah Kalian Menganalisis informasi yang memotivasi peserta didik belajar.	Memahami	Menanamkan nilai-nilai moral dan etika dan nilai positif lainnya.
Ayo, Bereksplorasi Memahami konteks permasalahan dan solusinya terkait deret aritmetika.	Memahami	Menstimulasi proses berpikir peserta didik.
Ayo, Berpikir Kritis Mengidentifikasi dan menganalisis temuan hasil perhitungan Gauss.	Mengaplikasi	Berpikir Kritis dan mencari solusi inovatif berdasarkan pengetahuan yang ada.
Ayo, Menggunakan Teknologi Mengeksplorasi materi yang sudah diberikan dan menemukan solusi dengan bantuan teknologi.	Mengaplikasi	Mengembangkan pemahaman dengan eksplorasi lebih lanjut.



Ayo, Bereksplorasi

Guru mengajak peserta didik untuk mengeksplorasi konsep deret geometri melalui konteks yang dekat dengan kehidupan nyata, yaitu investasi keuangan. Skenario yang digunakan adalah kisah Bu Wiji, seorang ibu rumah tangga yang memutuskan menabung Rp10.000.000,00 pada awal tahun, dan menambahkannya setiap tahun ke dalam investasi yang tumbuh 12% per tahun. Melalui skenario ini, peserta didik diajak memahami bagaimana pola pertumbuhan nilai investasi dari tahun ke tahun membentuk sebuah deret geometri yang khas dan menarik untuk dipelajari.

Guru dapat memulai aktivitas dengan membacakan narasi singkat mengenai Bu Wiji, lalu menuntun peserta didik untuk menghitung nilai investasinya dari tahun pertama hingga tahun kelima. Peserta didik diarahkan menggunakan rumus barisan dan deret geometri, yaitu $U_n = a.r^{n-1}$ untuk suku ke-n, dan $S_n = a \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$ untuk jumlah n suku pertama. Nilai a = 10.000.000 dan rasio r = 1,12 karena bunga bertumbuh 12% per tahun. Setelah peserta didik menghitung nilai investasi per tahun dan jumlah totalnya, guru meminta mereka menggambarkan grafik pertumbuhan tersebut dan mendiskusikan apakah grafiknya berbentuk linear atau eksponensial, serta mengapa hal tersebut terjadi.

Selanjutnya, guru dapat memperluas eksplorasi dengan mengajak peserta didik membandingkan pola deret geometri dengan pola pertumbuhan yang linier. Misalnya, peserta didik diminta membuat simulasi investasi versi mereka sendiri, dimulai dari Rp1.000.000,00 dengan penambahan tetap Rp200.000,00 per tahun. Dalam konteks ini, peserta didik akan melihat perbedaan antara pertumbuhan deret geometri dan deret aritmetika. Guru mendorong peserta didik menghitung nilai investasi setelah 3 tahun dan membandingkan hasilnya dengan pola Bu Wiji. Aktivitas ini akan memperkuat pemahaman peserta didik tentang keunggulan dan kelemahan masing-masing pola, sekaligus menumbuhkan kesadaran akan pentingnya perencanaan keuangan sejak dini.

Melalui aktivitas ini, guru menciptakan pembelajaran yang berhubungan dengan kehidupan masa depan peserta didik dengan membangun kesadaran finansial, serta melibatkan diskusi kelompok dan eksplorasi kreatif. Guru juga diharapkan memfasilitasi refleksi di akhir sesi, agar peserta didik dapat menyimpulkan bahwa pola pertumbuhan yang berbeda menghasilkan dampak yang sangat berbeda pula dalam jangka panjang, khususnya dalam konteks perencanaan keuangan pribadi.

Tahukah Kalian

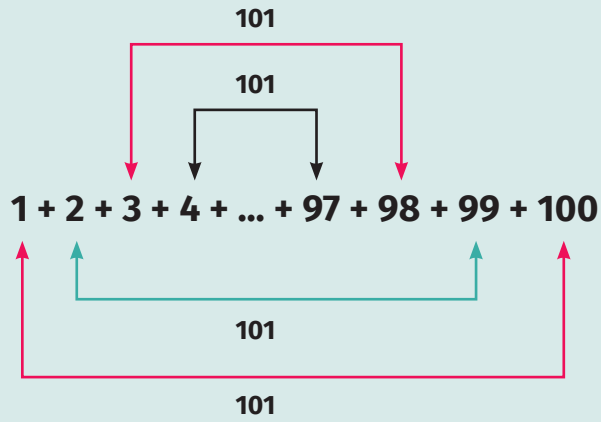
Guru mengajak peserta didik untuk memperhatikan informasi tentang tokoh matematika, yaitu Carl Friedrich Gauss. Informasi tentang tokoh tersebut tertulis pada buku siswa.

Carl Friedrich Gauss (1777–1855) lahir pada 30 April 1777 di Braunschweig adalah seorang matematikawan Jerman yang telah menunjukkan bakatnya sejak kecil. Ketika duduk di kelas 4 SD, guru matematikanya memberikan soal berupa penjumlahan bilangan dari 1 sampai 100 untuk mengisi waktu luang sebagai berikut.

$$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 97 + 98 + 99 + 100 = \ldots$$

Tidak membutuhkan waktu yang lama, Gauss yang saat itu masih berusia 10 tahun langsung menjawab "5.050". Ia menggunakan rumus deret aritmatika yang kini dikenal sebagai "**Rumus Gauss**". Gurunya terkejut dan menyadari bahwa Gauss adalah anak jenius.

Berikut cara Gauss menyelesaikan penjumlahan bilangan tersebut.



Gauss mengelompokkan suku-suku pada deret tersebut sehingga memiliki nilai yang sama ketika dijumlahkan.

$$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 97 + 98 + 99 + 100 = (1 + 100) + (2 + 99) + \ldots + (50 + 51)$$

$$= \underbrace{101 + 101 + \ldots + 101}_{\text{50 kali}}$$

$$= 50 \times 101$$

$$= 5.050$$

Ayo, Bereksplorasi

Peserta didik diajak untuk mengeksplorasi konsep dasar deret aritmetika secara bertahap dan kontekstual. Guru memulai pembelajaran dengan menyajikan barisan aritmetika U_1, U_2, U_3, U_4, ..., U_{10} lalu membimbing peserta didik menyusun bentuk umum deret aritmetika hingga suku ke-10. Guru dapat memandu peserta didik memahami bahwa setiap suku dalam barisan dapat dinyatakan dalam bentuk $a + (n - 1)b$, di mana a adalah suku pertama dan b adalah beda antarsuku. Dengan membandingkan dan menjumlahkan beberapa suku awal, peserta didik diarahkan untuk menyusun sendiri rumus penjumlahan deret aritmetika S_n.

Guru mengajak peserta didik untuk menganalisis pola jumlah empat suku pertama (S_4) dan sepuluh suku pertama (S_{10}) dari deret aritmetika. Peserta didik difasilitasi untuk menyusun penjumlahan secara eksplisit, mengelompokkan suku-suku, dan menyederhanakan bentuk aljabar guna menemukan rumus umum jumlah n suku pertama. Guru dapat memperkuat pemahaman dengan membimbing peserta didik memahami keterkaitan antara pola penjumlahan dan bentuk rumus yang diperoleh. Penekanan penting diberikan pada proses berpikir dan penyusunan logis yang mengantarkan dari pengamatan manual menuju rumus umum. Guru disarankan untuk mengajukan pertanyaan pemantik yang membantu peserta didik merefleksikan alasan di balik setiap langkah, serta memberikan kesempatan untuk memverifikasi hasil menggunakan nilai konkret.

Dengan demikian, didapatkan rumus untuk menghitung jumlah suku-suku deret aritmetika adalah sebagai berikut.

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n) \text{ atau } S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

Keterangan:

S_n = jumlah deret sebanyak n pada suku pertama

a = suku pertama

b = beda

n = urutan suku

Ayo, Berpikir Kritis

Pada aktivitas ini, guru mengajak peserta didik untuk menganalisis pola bilangan yang menarik dan bersejarah, yaitu penjumlahan bilangan genap dari 2 hingga 20, yang menggambarkan jarak antaranak tangga pada sebuah gedung. Guru dapat memulai dengan mengaitkan kembali kegiatan eksplorasi sebelumnya yang membahas deret aritmetika, kemudian menyajikan pola bilangan 2 + 4 + 6 + ... + 18 + 19 + 20 dan mengajak peserta didik untuk memikirkan cara cepat menghitungnya.

Guru memberikan waktu kepada peserta didik untuk mendiskusikan strategi perhitungan bilangan genap dan membandingkannya dengan penggunaan rumus jumlah n suku pertama dari deret aritmetika, yaitu:

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

Berdasarkan pengamatan terhadap pola deret aritmetika 2, 4, 6, ... hingga tangga ke-20, terlihat bahwa setiap suku meningkat secara konstan sebesar 2 m. Dengan memanfaatkan pola ini, total jarak dapat diperkirakan tanpa menghitung setiap tangga secara manual, yakni dengan mengalikan jumlah suku dengan rata-rata antara suku pertama dan terakhir: (2 + 40) : 2 × 20 = 420 m. Hasil prediksi ini konsisten dengan pengukuran langsung atau simulasi. Perubahan suku pertama atau beda antartangga, misalnya suku pertama 3 m atau beda 3 m, akan memengaruhi total jarak secara proporsional. Dengan demikian, pemahaman pola deret aritmetika memungkinkan estimasi total secara sistematis dan matematis.

Guru menumbuhkan kemampuan berpikir analitis dan reflektif peserta didik terhadap konsep-konsep yang mereka pelajari. Selain itu, peserta didik merasakan manfaat langsung dari penggunaan pola dan rumus dalam konteks historis dan matematis.

Ayo, Menggunakan Teknologi

Guru mengarahkan peserta didik untuk memanfaatkan teknologi dalam mengeksplorasi pola bilangan menggunakan aplikasi GeoGebra melalui tautan atau kode QR yang telah disediakan. Kegiatan ini dirancang untuk mengembangkan kemampuan berpikir analitis peserta didik melalui pendekatan visual-interaktif, sekaligus meningkatkan literasi teknologi. Sebelum memulai, guru memastikan bahwa setiap peserta didik atau kelompok memiliki akses terhadap perangkat digital (laptop, tablet, atau ponsel pintar) dan koneksi internet yang memadai. Guru juga memberi penjelasan singkat tentang antarmuka GeoGebra agar peserta didik dapat mengakses lembar kerja digital dengan lancar.

Langkah-langkah berikut dapat dijadikan acuan oleh guru.

Pindai

https://bukupusbuk.id/s/mtk12geogebra1

1. Mintalah peserta didik untuk memindai kode QR atau membuka tautan untuk membuka lembar kerja interaktif.
2. Pandu peserta didik membaca petunjuk aktivitas pada lembar kerja tersebut.
3. Arahkan peserta didik untuk menuliskan beberapa pola bilangan yang mereka temukan di ruang yang disediakan dalam aplikasi.
4. Dorong peserta didik untuk menganalisis pola-pola tersebut, misalnya apakah polanya tetap, meningkat, menurun, atau membentuk deret tertentu.
5. Ajak peserta didik mendiskusikan temuan mereka dalam kelompok kecil atau secara klasikal, serta menuliskan kesimpulan sederhana berdasarkan hasil observasi mereka.

Guru dapat memfasilitasi diskusi kelas dengan mengajukan pertanyaan pemandu seperti:

- Apa pola yang kamu temukan?
- Apakah pola ini bisa diteruskan?
- Bagaimana cara kamu menyimpulkan polanya?

Peserta didik dilatih untuk mengembangkan keterampilan abad ke-21, yaitu berpikir kritis, komunikasi, kolaborasi, dan kreativitas, sekaligus membiasakan mereka memanfaatkan teknologi sebagai alat bantu belajar.

2. Deret Geometri

Tabel 1.6 Pengalaman Belajar Materi Deret Geometri

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Bereksplorasi Menganalisis informasi dari suatu permasalahan dan menemukan solusi alternatifnya.	Memahami	Menghubungkan dengan konteks nyata dan/atau kehidupan sehari-hari.
Ayo, Berkolaborasi Bekerja sama untuk menentukan jumlah.	Mengaplikasi	Menerapkan pengetahuan ke dalam situasi nyata atau bidang lain.
Ayo, Menggunakan Teknologi Memahami konteks permasalahan dan solusinya menggunakan teknologi.	Mengaplikasi	Mengembangkan pemahaman dengan eksplorasi lebih lanjut.
Ayo, Berpikir Kreatif Mengidentifikasi pola rasio dan totalnya.	Mengaplikasi	Berpikir kritis dan mencari solusi inovatif berdasarkan pengetahuan yang ada.

Ayo, Bereksplorasi

Guru membimbing peserta didik untuk mengkaji masalah lingkungan melalui pendekatan matematika, khususnya pola bilangan dan barisan geometri. Aktivitas ini mengajak peserta didik berpikir kritis terhadap data *real* yang

dikaitkan dengan peningkatan banyak rumah tangga yang membuang sampah sembarangan ke sungai dalam lima bulan terakhir. Dengan pendekatan kontekstual ini, guru membantu peserta didik melihat bahwa matematika tidak hanya berkutat pada angka, namun juga dapat digunakan untuk menganalisis dan merefleksikan persoalan lingkungan.

Guru dapat memulai dengan membacakan narasi atau memfasilitasi peserta didik membacanya secara bergiliran agar memahami konteks permasalahan. Setelah itu, guru mengarahkan perhatian peserta didik pada Tabel 1.3 yang menunjukkan perkembangan jumlah rumah tangga dari bulan Agustus hingga Desember 2024. Mintalah peserta didik mengamati pola pertambahan yang tampak signifikan dan mencolok, kemudian dorong mereka untuk mengeksplorasi data tersebut dengan menjawab beberapa pertanyaan pemantik yang tersedia.

Guru dapat menggunakan langkah-langkah berikut agar proses eksplorasi berjalan maksimal.

1. Aktivasi pengetahuan awal: Ajak peserta didik mendiskusikan apakah mereka pernah melihat kasus pembuangan sampah sembarangan dan dampaknya.
2. Observasi data: Tampilkan tabel secara jelas dan ajak peserta didik mengamati pola pertumbuhan banyak rumah tangga.
3. Diskusi terpimpin: Pandu peserta didik menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut.
    a. Apakah data tersebut membentuk suatu barisan bilangan?
    b. Berapa beda atau rasio dari barisan tersebut?
    c. Berapa banyak suku barisan tersebut?
    d. Bagaimana cara menghitung total rumah tangga yang membuang sampah pada bulan September hingga November?
4. Pemecahan masalah secara kolaboratif: Dorong peserta didik untuk berdiskusi dalam kelompok kecil dan menyajikan pemahamannya secara lisan atau tertulis.
5. Refleksi dan penguatan karakter: Ajak peserta didik merefleksikan dampak dari data tersebut terhadap lingkungan dan nilai tanggung jawab sosial.

Melalui aktivitas ini, peserta didik tidak hanya belajar mengenal dan memahami konsep barisan geometri, tetapi juga dilatih untuk mengasah kesadaran sosial dan lingkungan.



Ayo, Berkolaborasi

Guru membimbing peserta didik untuk memahami proses terbentuknya rumus jumlah deret geometri melalui diskusi kelompok kecil secara kolaboratif. Aktivitas dimulai dengan mengajak peserta didik mengamati dan melengkapi Tabel 1.4 yang berisi representasi jumlah rumah tangga selama beberapa bulan pertama. Tabel ini memuat tiga kolom yang saling berkaitan: kolom pertama menyajikan situasi kontekstual secara verbal, kolom kedua menampilkan bentuk penjumlahan numerik dari suku-suku deret, dan kolom ketiga mengarahkan peserta didik menyusun rumus berdasarkan pola yang ditemukan. Guru perlu menjelaskan terlebih dahulu maksud dari S_2, S_3, S_4. yang masing-masing menyatakan jumlah rumah tangga dalam dua, tiga, dan empat bulan pertama.

Langkah awal yang dapat dilakukan guru adalah membagi peserta didik menjadi beberapa kelompok kecil yang heterogen agar dapat saling membantu dalam menganalisis dan melengkapi kolom-kolom pada tabel. Dalam kelompoknya, peserta didik diajak mendiskusikan urutan suku-suku geometri dan menghitung jumlahnya secara bertahap. Misalnya, S_2 = 2 + 6 = 8. Kemudian ditunjukkan bahwa hasil ini dapat juga diperoleh dari selisih suku ke-3 dan suku pertama dibagi rasio dikurangi satu, yaitu $S_2 = \frac{U_3 - U_1}{r - 1}$. Pola ini kemudian digeneralisasikan ke bentuk $S_n = \frac{U_{n+1} - U_1}{r - 1}$. Setelah itu, guru memfasilitasi proses berpikir aljabar peserta didik dengan memperlihatkan bagaimana rumus tersebut diturunkan menjadi bentuk umum rumus jumlah deret geometri, yaitu $S_n = \frac{a\,(r^n - 1)}{r - 1}$.

Selama aktivitas berlangsung, guru berperan sebagai fasilitator yang aktif memantau jalannya diskusi kelompok, memberikan pertanyaan pemantik seperti *"Apa yang kamu perhatikan dari selisih suku-suku tersebut?"* atau *"Bagaimana cara kamu menghubungkan pola numerik dengan bentuk umum?"*. Pertanyaan-pertanyaan ini mendorong peserta didik untuk berpikir kritis dan memahami keterkaitan antarkonsep. Di akhir diskusi, guru dapat

mengajak perwakilan kelompok untuk mempresentasikan hasil temuannya dan menyimpulkan rumus bersama secara klasikal. Dengan pendekatan ini, peserta didik tidak hanya menghafal rumus, tetapi memperoleh pemahaman mendalam melalui proses eksplorasi, komunikasi matematis, dan kerja sama antarpeserta didik. Dengan demikian didapatkan rumus deret geometri.

Rumus Deret Geometri

Rumus untuk menghitung jumlah suku-suku deret geometri adalah

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ atau } S_n = a\frac{1 - r^n}{1 - r} \text{ dengan } r \neq 1$$

Keterangan:

S_n = jumlah n suku pertama deret

a = suku pertama

r = rasio

n = banyaknya suku

Ayo, Bereksplorasi dan Menggunakan Teknologi

Guru memfasilitasi pemahaman mendalam kepada peserta didik mengenai konsep Deret Geometri Tak Hingga. Guru dapat mengajak peserta didik untuk melakukan aktivitas eksploratif berbasis teknologi melalui platform Geogebra. Sebagai langkah awal, arahkan peserta didik untuk memindai kode respons cepat atau mengakses tautan yang tersedia pada buku siswa.

Pindai

https://bukupusbuk.id/s/mtk12geogebra2

Tautan tersebut akan mengarah ke suatu aktivitas interaktif di mana mereka dapat mengamati, memanipulasi, dan mengeksplorasi visualisasi konsep deret geometri tak hingga secara langsung.

Sampaikan kepada peserta didik bahwa mereka perlu mencermati aktivitas interaktif tersebut, memperhatikan setiap perubahan atau pola yang terjadi, serta mencoba berbagai fitur yang tersedia dalam aplikasi Geogebra untuk memperkuat pemahaman mereka. Ajak peserta didik untuk aktif mengamati, mengajukan pertanyaan, dan menarik kesimpulan berdasarkan

hasil eksplorasi mereka. Guru dapat memfasilitasi dengan pertanyaan pemantik seperti: *"Apa yang terjadi jika rasio diperbesar?"* atau *"Bagaimana perbedaan visual antara deret konvergen dan divergen?"*.

Setelah peserta didik menyelesaikan eksplorasi, guru dapat memandu sesi diskusi kelas atau kerja kelompok kecil untuk membahas temuan yang diperoleh. Dalam diskusi ini, guru berperan sebagai fasilitator yang membantu peserta didik menyusun informasi penting dan simpulan matematis dari aktivitas tersebut, seperti syarat deret geometri tak hingga dapat konvergen dan bagaimana menghitung jumlahnya.

Aktivitas ini tidak hanya meningkatkan pemahaman konseptual peserta didik, tetapi juga melatih mereka dalam berpikir kritis, kolaboratif, dan terbiasa menggunakan teknologi sebagai sarana pembelajaran matematis. Dengan pendekatan ini, pembelajaran menjadi lebih bermakna, kontekstual, dan menarik bagi peserta didik.



Ayo, Berpikir Kreatif

Bagian ini dirancang untuk mendorong peserta didik mengembangkan pemikiran kreatif dalam memahami konsep barisan geometri, khususnya yang berkaitan dengan rasio pecahan. Guru diharapkan membimbing peserta didik untuk mengeksplorasi pola-pola baru berdasarkan rasio selain $\frac{1}{2}$, seperti $\frac{1}{3}$ atau rasio lain yang mereka pilih sendiri. Aktivitas ini bertujuan melatih daya cipta matematika peserta didik serta memperluas wawasan mereka tentang penerapan barisan geometri dalam situasi yang lebih bervariasi.

Guru dapat memulai dengan memberikan pengantar singkat bahwa dalam kehidupan nyata, pembagian atau penyusutan suatu nilai bisa terjadi tidak hanya dengan rasio tetap seperti $\frac{1}{2}$, tetapi juga dengan rasio lainnya. Kemudian, guru mengajak peserta didik bereksperimen menciptakan pola pembagian serupa, namun dengan menggunakan rasio berbeda. Misalnya, jika pada pola sebelumnya digunakan rasio $\frac{1}{2}$, sekarang peserta didik diminta mencoba menggunakan rasio $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$.

Berikut langkah-langkah yang dapat dilakukan guru.

1. Aktivasi ide awal: Tanyakan kepada peserta didik apakah mereka dapat mengubah rasio pembagian dan memprediksi apa yang akan terjadi pada jumlah totalnya.
2. Pemberian tantangan: Minta peserta didik membuat pola pembagian dengan rasio pilihan mereka (selain $\frac{1}{2}$) selama beberapa suku pertama.
3. Pengamatan dan diskusi: Ajak peserta didik mengamati apakah pola tersebut membentuk barisan geometri dan bagaimana perubahan rasio mempengaruhi total jumlah suku.
4. Refleksi kreatif: Diskusikan hasilnya secara bersama. Apakah jumlah totalnya menjadi lebih kecil, lebih besar, atau tak terhingga?
5. Presentasi dan apresiasi: Berikan kesempatan kepada peserta didik untuk mempresentasikan pola buatannya dan beri apresiasi atas orisinalitas ide mereka.

Pembelajaran menjadi lebih menyenangkan dan bermakna. Peserta didik diajak untuk tidak hanya menerima konsep, tetapi juga menciptakan variasi yang bermakna melalui eksplorasi.

Subbab C: Bunga Tunggal

Tabel 1.7 Pengalaman Belajar Materi Bunga Tunggal

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Bereksplorasi Menganalisis informasi untuk menentukan rumus bunga tunggal.	Memahami	Menghubungkan dengan konteks nyata dan/atau kehidupan sehari-hari.

Ayo, Bereksplorasi

Guru memfasilitasi peserta didik dalam melakukan aktivitas eksplorasi konsep bunga tunggal melalui pendekatan kontekstual yang dekat dengan kehidupan sehari-hari. Aktivitas diawali dengan membacakan atau meminta peserta didik membaca narasi tentang Angga yang rajin menabung, dan sedang merencanakan keuangannya setelah menerima hadiah berupa uang tunai. Cerita ini mengajak peserta didik berpikir realistis tentang bagaimana uang yang ditabung di bank dapat bertambah nilainya seiring waktu melalui bunga simpanan.

Selanjutnya, guru dapat memandu peserta didik untuk mengisi tabel yang tersedia, dengan cara menghitung nilai bunga dan nilai total uang yang disimpan di bank selama beberapa bulan ke depan. Pada tahap ini, guru dapat membimbing peserta didik melakukan perhitungan bertahap, sekaligus menekankan konsep bunga sebagai pertambahan tetap setiap periode waktu. Peserta didik akan mulai melihat adanya pola dari nilai uang yang bertambah, dan guru bisa memantik diskusi dengan pertanyaan seperti, *"Apakah pola pertambahan uang tersebut membentuk barisan tertentu?"* atau *"Bagaimana hubungan antara bunga, persentase, dan modal awal?"*.

Berdasarkan aktivitas ini, peserta didik diarahkan untuk menyimpulkan bahwa nilai uang membentuk barisan aritmetika, di mana penambahan bunga setiap bulan bernilai tetap. Guru kemudian dapat membimbing peserta didik menuliskan bentuk umum barisan tersebut, misalnya U_n = ..., serta menurunkan rumus bunga tunggal B = $M \times p\% \times n$. Sebagaimana tercantum dalam kotak informasi pada buku siswa. Aktivitas ini bukan hanya melatih kemampuan berhitung dan berpikir logis, tetapi juga memberikan pemahaman aplikatif tentang pentingnya perencanaan keuangan. Guru disarankan untuk menutup aktivitas dengan diskusi reflektif, seperti menanyakan bagaimana strategi menabung dapat berdampak terhadap kondisi finansial peserta didik di masa depan. Hal ini akan menumbuhkan sikap bijak dan bertanggung jawab dalam mengelola keuangan secara rasional sejak dini.

Pembelajaran Berdiferensiasi

Pembelajaran materi Barisan dan Deret dalam buku ini telah dirancang secara sistematis untuk menerapkan prinsip pembelajaran berdiferensiasi yang berfokus pada pemenuhan kebutuhan belajar peserta didik secara individu. Diferensiasi konten terlihat dari penyajian materi melalui konteks nyata dan cerita inspiratif yang dekat dengan kehidupan peserta didik, seperti kebiasaan menabung, pembelahan bakteri, pertunjukan seni, atau pertumbuhan investasi. Materi disampaikan secara variatif melalui gambar, narasi, hingga data tabel, sehingga dapat diakses oleh peserta didik dengan berbagai gaya belajar seperti visual, verbal, maupun kinestetik. Hal ini memungkinkan guru menyesuaikan titik awal pembelajaran berdasarkan minat dan latar belakang peserta didik, agar semua peserta didik merasa terlibat dan terhubung dengan materi.

Diferensiasi proses ditunjukkan dengan aktivitas pembelajaran yang fleksibel dan bertingkat, seperti kegiatan "Ayo, Bereksplorasi", "Ayo, Berkolaborasi", dan "Ayo, Berpikir Kreatif". Dalam kegiatan ini, peserta didik diarahkan untuk mengamati pola, melakukan perhitungan bertahap, hingga menyusun rumus berdasarkan hasil analisis. Bagi peserta didik dengan kesiapan belajar tinggi, tersedia tantangan lanjutan berupa soal berpikir kritis dan eksploratif, sedangkan peserta didik yang memerlukan penguatan konsep dapat terbantu dengan kegiatan mengisi tabel, diskusi kelompok kecil, atau menggunakan alat bantu visual. Aktivitas eksplorasi dengan teknologi (Geogebra) juga memberikan ruang bagi peserta didik untuk belajar secara mandiri dan interaktif, memperdalam pemahaman melalui visualisasi yang dinamis.

Sementara itu, diferensiasi produk memungkinkan peserta didik menampilkan pemahaman melalui berbagai cara, tidak hanya berupa jawaban numerik tetapi juga dalam bentuk grafik, penalaran tertulis, catatan pengamatan, dan diskusi kelompok. Guru dapat memberikan pilihan bentuk tugas akhir, sesuai dengan kekuatan dan cara berekspresi peserta didik. Lingkungan belajar juga diatur menjadi kolaboratif dan mendukung rasa aman untuk mencoba, bertanya, dan menyampaikan ide. Dengan pendekatan ini, guru dapat memastikan bahwa setiap peserta didik diberi ruang yang adil untuk berkembang sesuai potensi dan gaya belajarnya, serta menciptakan pembelajaran yang aktif, adaptif, dan bermakna.

G. Sumatif

Alternatif Sumatif 1

Pada pelaksanaan sumatif ini, guru memberikan proyek kepada peserta didik yang bertujuan untuk menerapkan konsep yang sudah dipelajari sebelumnya. Berikut contoh sumatif proyek.

Judul Proyek : Investasi Cerdas: Simulasi Keuangan Pribadi

Tujuan :
1. Mengaplikasikan barisan dan deret dalam konteks nyata.
2. Mengembangkan literasi keuangan dasar.
3. Melatih komunikasi matematis dan kemampuan berpikir kritis.

Deskripsi : Peserta didik diminta membuat suatu proyek simulasi perencanaan investasi sederhana dalam bentuk portofolio keuangan pribadi menggunakan konsep barisan dan deret aritmetika serta geometri, yang mencakup bunga tunggal dan bunga majemuk. Skenario yang diberikan adalah: *"Kamu baru saja mendapatkan uang sebesar Rp1.000.000,00 dari hasil lomba. Buatlah rencana investasi selama 12 bulan ke depan dengan mempertimbangkan dua pilihan: tabungan di koperasi dengan bunga tunggal dan investasi digital dengan bunga majemuk. Simulasikan perkembangan jumlah uangmu per bulan dan analisis strategi mana yang lebih menguntungkan."*

Pada pelaksanaan proyek ini, peserta didik diminta melakukan hal berikut.

a. Menyusun simulasi keuangan dalam bentuk tabel.
b. Menggunakan rumus barisan dan deret untuk menghitung akumulasi simpanan setiap bulan.
c. Menggambarkan grafik pertumbuhan dari kedua jenis investasi.
d. Menuliskan refleksi analitis terhadap hasil temuan, termasuk pilihan investasi terbaik menurut mereka dan alasannya.
e. Menyusun laporan akhir dalam bentuk presentasi atau portofolio digital (Google Slide, Canva, atau booklet fisik).

Tabel 1.8 Rubrik Penilaian Proyek "Investasi Cerdas: Simulasi Keuangan Pribadi"

Aspek yang dinilai	Mulai Berkembang (MB)	Sedang Berkembang (SB)	Berkembang Sesuai Harapan (BSH)	Sangat Berkembang (SAB)
Pemahaman Konsep	Pemahaman konsep kurang dan terjadi banyak kekeliruan.	Menunjukkan pemahaman sebagian konsep, namun masih ada kekeliruan.	Menunjukkan pemahaman konsep dengan sedikit kesalahan.	Menunjukkan pemahaman konsep barisan dan deret secara menyeluruh dan akurat.
Kebenaran Perhitungan	Banyak kesalahan yang menunjukkan kurangnya pemahaman.	Terdapat beberapa kesalahan perhitungan.	Sebagian besar perhitungan benar dan sesuai rumus.	Semua perhitungan benar, logis, dan sesuai rumus.
Kreativitas Presentasi	Tidak menarik dan sulit dipahami.	Kurang menarik dan visual kurang mendukung.	Menarik dan cukup informatif.	Menarik, terstruktur, visual informatif, dan komunikatif.
Analisis dan Refleksi	Tidak ada analisis atau alasan tidak sesuai.	Analisis kurang mendalam atau alasan masih umum.	Analisis cukup logis dengan alasan yang dapat diterima.	Analisis mendalam, logis, dan menyampaikan alasan pilihan yang jelas.
Kelengkapan dan Kerapian	Tidak lengkap dan tidak rapi.	Menunjukkan pemahaman sebagian konsep namun masih ada kekeliruan.	Hampir semua bagian lengkap dan cukup rapi.	Semua bagian lengkap, terstruktur, dan rapi.

Alternatif Sumatif 2

Sumatif ini berisi penugasan portofolio dengan tujuan menghubungkan konsep matematika dengan kehidupan nyata, melatih observasi dan kemampuan berpikir logis, serta menumbuhkan sikap reflektif dan kritis terhadap lingkungan. Peserta didik diminta untuk menyusun portofolio yang berisi hasil pengamatan mereka terhadap pola bilangan atau susunan objek dalam kehidupan sehari-hari yang mencerminkan barisan dan deret aritmetika atau geometri. Mereka dapat mengamati hal-hal di rumah, sekolah, atau lingkungan,

seperti jumlah ubin di lantai, susunan kursi dalam auditorium, tinggi tanaman setiap minggu, jumlah daun pada cabang, susunan anak tangga, atau pola pertumbuhan pengikut media sosial.

Setiap peserta didik harus mengidentifikasi minimal 2 pola barisan berbeda (satu aritmetika dan satu geometri), kemudian melakukan hal berikut.

1. Mendokumentasikan pola tersebut (foto atau gambar).
2. Menuliskan urutan bilangannya.
3. Menganalisis jenis barisan, suku pertama, beda atau rasio, dan menyusun rumus suku ke-n.
4. Menyusun deret jika memungkinkan dan menghitung jumlah suku pertama.
5. Menuliskan refleksi pembelajaran dari aktivitas tersebut.

Tabel 1.9 Rubrik Penilaian Penugasan Portofolio

Aspek yang dinilai	Mulai Berkembang (MB)	Sedang Berkembang (SB)	Berkembang Sesuai Harapan (BSH)	Sangat Berkembang (SAB)
Keakuratan Identifikasi Pola	Pola tidak relevan atau salah identifikasi.	Pola agak kabur, ada beberapa kesalahan identifikasi.	Pola cukup jelas dan relevan, hanya ada sedikit kekeliruan.	Pola yang diidentifikasi jelas, relevan, dan sesuai konsep barisan.
Analisis Matematika	Tidak ada analisis atau seluruhnya keliru.	Analisis kurang lengkap dan mengandung beberapa kesalahan.	Analisis cukup lengkap, ada sedikit kesalahan.	Analisis lengkap, mencakup jenis barisan, rumus, dan deret dengan benar.
Dokumentasi dan Visualisasi	Tidak ada dokumentasi atau tidak relevan.	Foto kurang mendukung atau tidak konsisten dengan analisis.	Foto cukup jelas dan cukup mendukung.	Foto/gambar tajam, relevan, dan mendukung analisis.
Refleksi Pembelajaran	Tidak ada refleksi atau tidak menunjukkan pemahaman.	Refleksi dangkal atau terlalu umum.	Refleksi cukup baik dan relevan.	Refleksi mendalam, menunjukkan hubungan nyata antara konsep dan pengalaman.

Aspek yang dinilai	Mulai Berkembang (MB)	Sedang Berkembang (SB)	Berkembang Sesuai Harapan (BSH)	Sangat Berkembang (SAB)
Kerapian dan Struktur Portofolio	Tidak tersusun dan sulit dibaca.	Struktur kurang jelas dan kerapian kurang.	Portofolio cukup rapi dan cukup sistematis.	Portofolio tersusun rapi, sistematis, dan menarik.

H. Kunci Jawaban

Latihan 1.1

1. Soal yang ada pada nomor 1, termasuk dalam barisan aritmetika. Sehingga
   a. 12, 10, 8, 6, ... , ...

      Barisan bilangan di atas memiliki beda –2. Suku berikutnya adalah 4, 2

   b. ... , 7, 12, 18, 25, ...

      Barisan bilangan berikut bukan termasuk barisan aritmetika karena tidak memiliki beda yang sama antarsukunya. Tetapi, dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep pola bilangan. Sehingga barisan bilangannya menjadi 3, 7, 12, 18, 25, 33

   c. –16, –12, –8, ..., ...

      Barisan bilangan tersebut termasuk barisan aritmetika dengan beda = 4. Jadi suku berikutnya adalah –4, 0

   d. .... , ... , 4, –2, –10, –20

      Barisan bilangan berikut bukan termasuk barisan aritmetika karena tidak memiliki beda yang sama antarsukunya. Tetapi, dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep pola bilangan. Sehingga barisan bilangannya menjadi 10, 8, 4, –2, –10, –20

2. Diketahui:

   $a = 5$

   $b = -2 - 5 = -7$

   Ditanya: U_{100}

   Menggunakan rumus barisan aritmetika

$U_n = a + (n - 1)b$

$U_{100} = 6 + (100 - 1)(-7)$

$U_{100} = 6 + (99)(-7)$

$U_{100} = 6 - 693 = -687$

Jadi, suku ke-100 dari barisan aritmetika tersebut adalah –687

3. Diketahui:

$U_3 = -43$

$U_8 = 2$

Ditanya:

$a = \cdots?$, $b = \cdots?$, dan rumus suku ke-n

Menggunakan rumus barisan aritmetika didapatkan

$U_3 = -43 = a + 2b$

$U_8 = 2 = a + 7b$

Selanjutnya,

$$\begin{array}{rl} a + 2b &= -43 \\ a + 7b &= 2 \\ \hline -5b &= -45 \quad - \\ b &= 9 \end{array}$$

Substitusi nilai $b = 9$

$$\begin{aligned} a + 2(9) &= -43 \\ a + 18 &= -43 \\ a &= -43 - 18 \\ a &= -61 \end{aligned}$$

Selanjutnya, menemukan rumus U_n

$$\begin{aligned} U_n &= a + (n - 1)b \\ U_n &= -61 + (n - 1)9 \\ U_n &= -61 + 9n - 9 \\ U_n &= 9n - 70 \end{aligned}$$

Dengan demikian, diperoleh $a = -61$, $b = 9$, dan $U_n = 9n - 70$.

4. Diketahui:

   Hasil catatan dari Ibu Rina sudah tertera dalam tabel. Jika catatan tersebut dibuat ke dalam bentuk barisan aritmetika (total botol plastik selalu konsisten), maka kolom ke-3 yang berisi total botol terkumpul dapat dituliskan

   $$8, 16, 24, \ldots$$

   Ditanyakan:

   a. Total botol plastik yang tercatat pada minggu ke-12. Hal ini berarti mencari suku-ke-12, yaitu

   $$\begin{aligned} U_n &= a + (n-1)b \\ U_{12} &= 8 + (12-1)8 \\ U_{12} &= 8 + 11(8) \\ U_{12} &= 8 + 88 \\ U_{12} &= 96 \end{aligned}$$

   b. Setelah 25 minggu, berati mencari U_{25} diperoleh

   $$\begin{aligned} U_n &= a + (n-1)b \\ U_{25} &= 8 + (25-1)8 \\ U_{25} &= 8 + 24(8) \\ U_{25} &= 8 + 192 \\ U_{25} &= 200 \end{aligned}$$

5. Diketahui:

   Barisan bilangan yang menyatakan banyaknya lompatan yang dilakukan oleh Siti adalah 3, 5, 7, ... barisan tersebut merupan barisan aritmetika dengan $a = 3$ dan $b = 2$. Untuk mencari banyak lompatan yang dilakukan oleh Siti pada hari kesepuluh, berarti mencari U_{10}. Sehingga

   $$U_n = a + (n-1)b$$

   Mencari rumus suku ke-n

   $$\begin{aligned} U_n &= 3 + (n-1)2 \\ U_n &= 3 + 2n - 2 \\ U_n &= 2n + \end{aligned}$$

Untuk U_{10} maka

$$U_{10} = 2 \cdot 10 + 1$$
$$U_{10} = 20 + 1$$
$$U_{10} = 21$$

Dengan demikian, banyak lompatan yang dilakukan oleh Siti pada hari ke-10 adalah 21 lompatan

Latihan 1.2

1. Soal yang ada pada nomor 1, termasuk dalam barisan geometri. Sehingga

   a. $\frac{1}{27}, \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, \ldots, \ldots$

   Barisan bilangan di atas memiliki rasio 3. Maka suku berikutnya adalah 1, 3

   b. 16 , 4, 1, ...

   Barisan bilangan di atas merupakan barisan geometri dengan rasio $\frac{1}{4}$. Maka suku berikutnya adalah $\frac{1}{4}, \frac{1}{16}$

   c. 1, 1, 2, 6, ..., ...

   Barisan bilangan tersebut bukan termasuk barisan geometri, tetapi dapat diselesaikan dengan pola bilangan. Sehingga barisan bilangannya menjadi 1, 1, 2, 6, 24, 120

   d. 4, 4, 4, 4, ..., ...

   Barisan bilangan berikut bukan termasuk barisan geometri karena tidak memiliki rasio yang sama antar sukunya. Akan tetapi, dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep pola bilangan. Sehingga barisan bilangannya menjadi 4, 4 ,4, 4, 4, 4

2. Pada soal ini, termasuk soal yang diperuntukkan supaya peserta didik dapat melatih berpikir kritisnya. Sehingga mereka diusahakan dapat membuat catatan-catatan pada setiap jawaban pada soal nomor 1 sebagai hasil analisisnya. Berikut rangkuman hasil analisis yang dapat digunakan.

No	Jenis Barisan	Dua suku berikutnya
a	Barisan geometri (r = 3)	1, 3

No	Jenis Barisan	Dua suku berikutnya
b	Barisan geometri ($r = \frac{1}{4}$)	$\frac{1}{4}, \frac{1}{16}$
c	Bukan barisan aritmetika atau geometri. Karena polanya × 1, × 2, × 3, ...	24, 120
d	Termasuk barisan aritmetika dengan beda $b = 0$ dan barisan geometri dengan rasio $r = 1$	4, 4

3. Barisan bilangan pada soal ini termasuk barisan geometri dengan $a = 108$ dan rasio $r = \frac{1}{3}$. Untuk mencari suku ke-10, diperoleh

$$\begin{aligned} U_n &= a \cdot r^{n-1} \\ U_{10} &= 108 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{10-1} \\ U_{10} &= 108 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{9} \\ U_{10} &= \frac{108}{3^9} \\ U_{10} &= \frac{108}{19.683} \\ U_{10} &= \frac{4}{729} \end{aligned}$$

Dengan demikian, suku ke-10 barisan geometri tersebut adalah $\frac{4}{729}$.

4. Diketahui:

$$\begin{aligned} U_2 &= ar = 48 \\ U_6 &= ar^5 = 3 \end{aligned}$$

Menentukan nilai a terlebih dahulu

$$\begin{array}{rl} ar^5 &= 3 \\ \hline ar &= 48 \\ r^4 &= \frac{1}{16} \end{array} :$$

$$\begin{aligned} r &= \sqrt[4]{\frac{1}{16}} \\ r &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Didapatkan nilai $r = \frac{1}{2}$ maka

$$a \cdot \frac{1}{2} = 48$$
$$a = 96$$

Mencari U_3

$$U_3 = ar^2$$
$$U_3 = 96 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$$
$$U_3 = 96 \cdot \frac{1}{4}$$
$$U_3 = 24$$

Dengan demikian, diperoleh bahwa tiga suku pertama barisan geometri tersebut adalah 96, 48, dan 24.

5. Barisan yang menyatakan banyaknya orang yang menerima salinan kartu ucapan setiap harinya adalah 3, 9, 27, ...

   Barisan tersebut merupakan barisan geometri dengan $a = 3$ dan $r = 3$. Selanjutnya, menemukan banyak orang yang menerima kartu ucapan pada hari keenam (U_6).

$$U_6 = ar^5$$
$$U_6 = 3 \cdot 3^5$$
$$U_6 = 3^6$$
$$U_6 = 729$$

   Dengan demikian, banyak orang yang menerima salinan kartu ucapan pada hari keenam adalah 729 orang.

6. Barisan yang menyatakan banyaknya pohon dalm proses penggandaan jumlah pohon yang ada adalah 1, 2, 4, ...

   Barisan tersebut merupakan barisan geometri dengan $a = 1$ dan $r = 2$. Selanjutnya, menemukan banyak pohon pada akhir tahun ke-15 (U_{15})

$$U_{15} = 1 \cdot 2^{14}$$
$$U_{15} = 2^{14}$$
$$U_{15} = 16.384$$

   Dengan demikian, banyaknya pohon pada akhir tahun ke-15 adalah 16.384.

Latihan 1.3

1. Diketahui: $a = 3$ dan $b = 4$

   Mencari suku ke-10 menggunakan rumus U_n

   $$U_{10} = a + (n - 1)b$$
   $$U_{10} = 3 + 9 \cdot 4$$
   $$U_{10} = 39$$

   Mencari jumlah 10 suku pertama, menggunakan rumus S_n

   $$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$
   $$S_{10} = \frac{10}{2}(3 + U_{10})$$
   $$S_{10} = 5(3 + 39)$$
   $$S_{10} = 5(42)$$
   $$S_{10} = 210$$

   Jadi, suku ke-10 dan jumlah 10 suku pertama berturut-turut adalah 39 dan 210.

2. Diketahui: $a = 50$, $b = 3$, dan $U_n = 2$.

   Ditanya: S_n

   Terlebih dahulu mencari n dengan menggunakan rumus $U_n = a + (n - 1)b$

   $$U_n = a + (n - 1)b$$
   $$2 = 50 + (n - 1)(-3)$$
   $$2 = 50 - 3(n - 1)$$
   $$3(n - 1) = 48$$
   $$n - 1 = 16$$
   $$n = 17$$

   Selanjutnya, mencari jumlah 17 tumpukan jeruk

   $$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$
   $$S_{17} = \frac{17}{2}(50 + 2)$$
   $$S_{17} = \frac{17}{2}(52)$$
   $$S_{17} = 442$$

   Jadi, total jeruk yang ditumpuk adalah 442 buah.

3. Diketahui suatu deret aritmetika $S_{10} = 120$ dan $S_{20} = 440$

Peserta didik berpendapat bahwa nilai $a = 4$ dan $b = 2$. Apa benar?

Untuk $S_{10} = 120$, diperoleh

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$
$$S_{10} = \frac{10}{2}(2a + 9b)$$
$$120 = 5(2a + 9b)$$
$$24 = 2a + 9b \quad \text{.... persamaan (1)}$$

Untuk $S_{20} = 240$, diperoleh

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$
$$S_{20} = \frac{20}{2}(2a + 19b)$$
$$440 = 10(2a + 19b)$$
$$44 = 2a + 19b \quad \text{.... persamaan (2)}$$

Eliminasi nilai a utuk menemukan b dengan mengurangkan kedua persamaan tersebut.

$$\begin{array}{rl} 44 &= 2a + 19b \\ 24 &= 2a + 9b \\ \hline 20 &= 10b \end{array} \; -$$
$$b = 2$$

Substitusi nilai $b = 2$ ke salah satu persamaan

$$24 = 2a + 9 \cdot 2$$
$$24 = 2a + 18$$
$$2a = 6$$
$$a = 3$$

Berdasarkan perhitungan didapatkan bahwa $a = 3$ dan $b = 2$.

Jadi, pendapat peserta didik dalam soal adalah salah.

4. Diketahui tiga bilangan yang membentuk deret aritmetika

Misalkan:

Tiga bilangan tersebut adalah $(a - b)$, a, dan $(a + b)$.

Jumlah ketiga bilangan tersebut adalah 24.

$$(a - b) + a + (a + b) = 24$$
$$3a = 24$$
$$a = 8$$

Hasil kali ketiga bilangan tersebut adalah 440.

$$(a - b) \cdot a \cdot (a + b) = 440$$
$$a(a^2 - b^2) = 440$$

Substitusi nilai $a = 8$

$$8(64 - b^2) = 440$$
$$512 - 8b^2 = 440$$
$$8b^2 = 72$$
$$b^2 = 9$$
$$b = 3$$

Dengan demikian, untuk menentukan ketiga bilangan tersebut, substitusi nilai $a = 8$ dan $b = 3$.

$$a - b = 8 - 3 = 5$$
$$a = 8$$
$$a + b = 8 + 3 = 11$$

Jadi, tiga bilangan tersebut adalah 5, 8, dan 11.

5. Diketahui

$$U_6 - U_8 + U_{10} - U_{12} + U_{14} = 20$$

Dengan menggunakan rumus $Un = a + (n - 1)b$, diperoleh

$$(a + 5b) - (a + 7b) + (a + 9b) - (a + 11b) + (a + 13b) = 20$$
$$a + 9b = 20$$

Menggunakan rumus jumlah 19 suku pertama

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$
$$S_{19} = \frac{19}{2}(2a + 18b)$$
$$S_{19} = \frac{19}{2} \cdot 2(a + 9b)$$
$$S_{19} = 19(a + 9b)$$

Substitusi $a + 9b = 20$

$$S_{19} = 19(20)$$
$$S_{19} = 380$$

Jadi, jumlah 19 suku pertamanya adalah 380.

Latihan 1.4

1. Diketahui: $a = 5$ dan $r = 2$

   Untuk menentukan jumlah 6 suku pertama dari deret geometri menggunakan rumus

$$S_n = \frac{ar^n - a}{r - 1}$$
$$S_6 = \frac{5(2^6 - 1)}{2 - 1}$$
$$= \frac{5(64 - 1)}{1}$$
$$= 5 \cdot 63$$
$$S_6 = 315$$

   Jadi, jumlah 6 suku pertama adalah 315.

2. Diketahui suatu deret geometri.

   $U_4 = 108$ dan $U_6 = 972$

   Ditanya menemukan nilai a dan r.

   Untuk menyelesaikannya, maka menggunakan rumus

$$U_n = a \cdot r^{n-1}$$
$$U_4 = a \cdot r^3$$
$$108 = ar^3 \quad \text{... persamaan (1)}$$
$$U_6 = ar^5$$
$$972 = ar^5 \quad \text{... persamaan (2)}$$

   Nilai r ditentukan dengan membagi persamaan (2) dengan persamaan (1), sehingga didapatkan

$$\frac{ar^5}{ar^3} = \frac{972}{108}$$
$$r^2 = 9$$
$$r = 3$$

Selanjutnya, substitusi nilai $r = 3$.

$$a \cdot 3^3 = 108$$
$$a \cdot 27 = 108$$
$$a = \frac{108}{27}$$
$$a = 4$$

Jadi, nilai $a = 4$ dan $r = 3$.

3. Diketahui ketinggian awal adalah 10 meter dan $r = \frac{2}{3}$.

   Ketinggian pertama kali bola memantul adalah $10 \times \frac{2}{3} = \frac{20}{3}$.

   Menentukan total jarak yang ditempuh bola menggunakan rumus deret tak hingga

$$S_\infty = \frac{a}{(1-r)}$$
$$S_\infty = \frac{\frac{20}{3}}{\left(1-\frac{2}{3}\right)}$$
$$S_\infty = \frac{\frac{20}{3}}{\frac{1}{3}} = 20$$

   Jadi, total jarak tempuh bola adalah $10 + (2 \times 20) = 50$.

4. Diketahui deret $3 + 6 + 12 + 24 + \cdots$ dengan $r = 2$.

   Memiliki jumlah tak hingga $S_\infty = -3$. Apakah pendapat itu benar?

   Deret tersebut adalah deret geometri dengan rasio $r = 2$

   Syarat jumlah tak hingga ada jika $|r| < 1$. Karena $|2| > 1$, maka jumlah tak hingga tidak ada (deret divergen).

   Dengan demikian, pendapat Galang salah. Deret ini tidak memiliki jumlah tak hingga karena rasionya lebih dari 1.

5. Diketahui:

   Deret A dengan $a = 2$, $r = 3$, dan $n = 4$

   Deret B dengan $a = 6$, $r = 2$, dan $n = 3$

   Untuk membandingkan jumlah suku yang lebih besar, maka menggunakan rumus deret

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

Untuk deret A

$$S_4 = \frac{2(3^4 - 1)}{3 - 1}$$

$$S_4 = \frac{2(81 - 1)}{2}$$

$$S_4 = 81 - 1 = 80$$

Untuk deret B

$$S_3 = \frac{6(2^3 - 1)}{2 - 1}$$

$$S_3 = \frac{6(8 - 1)}{1}$$

$$S_3 = 6 \cdot 7 = 42$$

Jadi, jumlah suku deret A lebih besar jika dibandingkan dengan jumlah suku deret B.

Kunci Jawaban Uji Kompetensi Bab 1

1. Diketahui:

   Barisan aritmetika 4, 1, –2, –5, ...

   $a = 4$

   $b = -3$

   $U_n = a + (n - 1)b$

   $U_{10} = 4 + (10 - 1)(-3)$

   $U_{10} = 4 - 27$

   $U_{10} = -23$

   Jadi, suku ke-10 barisan tersebut adalah –23

2. Diketahui:

   $U_n = 15 - 3n$

   $n = 15$, maka

   $U_{15} = 15 - 3(15)$

   $U_{15} = 15 - 45$

   $U_{15} = -30$

   Jadi, suku ke-15 barisan bilangan tersebut adalah –30

3. Diketahui:

   $a = 8$

   $b = 3$

   Ditanya: S_{12}

   $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$

   $S_{12} = \frac{12}{2}(2 \cdot 8 + (12-1)3)$

   $S_{12} = 6(16 + 33)$

   $S_{12} = 6 \cdot 49$

   $S_{12} = 294$

   Jadi, jumlah seluruh kursi dalam gedung tersebut ada 294 kursi

4. Diketahui

   $U_1 = 15$, $U_2 = 17$, $U_3 = 19$, maka

   $a = 15$

   $b = 2$

   Ditanya: S_{11}

   $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$

   $S_{11} = \frac{11}{2}(2 \cdot 15 + (11-1)2)$

   $S_{11} = \frac{11}{2}(30 + 20)$

   $S_{11} = \frac{11}{2} \cdot 50$

   $S_{11} = 11 \cdot 25$

   $S_{11} = 275$

   Jadi, Jumlah hasil panen selama 11 hari pertama adalah 275 kg

5. Diketahui:

   Deret bilangan 10 + 11 + 12 + 13 + ... + 99

   Ditanya:

   Jumlah bilangan yang habis dibagi 2 dan tidak habis dibagi 5. Maka,

- Jumlah bilangan habis dibagi 2

  $10 + 12 + 14 + 16 + \ldots + 98$

  $a = 10, b = 2$

  Mencari nilai n

  $U_n = a + (n - 1)b$

  $98 = 10 + (n - 1)2$

  $98 = 10 + 2n - 2$

  $90 = 2n \rightarrow n = 45$

  $S_{45} = \frac{12}{2}(2 \cdot 10 + (45 - 1)2)$

  $S_{45} = \frac{45}{2}(20+88)$

  $S_{45} = \frac{45}{2}(108)$

  $S_{45} = 45 \cdot 54 = 2.430$

- Jumlah bilangan habis dibagi 2 dan 5

  $10 + 20 + 30 + 40 + \ldots + 90$

  $a = 10, b = 10$

  Mencari nilai n

  $U_n = a + (n - 1)b$

  $90 = 10 + (n - 1)10$

  $90 = 10 + 10n - 10$

  $90 = 10n \rightarrow n = 9$

  $S_9 = \frac{9}{2}(2 \cdot 10 + (9 - 1)10)$

  $S_9 = \frac{9}{2}(20 + 80)$

  $S_9 = \frac{9}{2}(100)$

  $S_9 = 9 \cdot 50 = 450$

Jadi, bilangan yang habis dibagi 2 dan tidak habis dibagi 5 adalah

$2.430 - 450 = 1.980$

6. Diketahui

   M = 2.500.000

   p% = 4% = 0,04

   n = 2 tahun

   Jumlah bulan = 2 × 12 = 24 bulan

   - Menghitung besar bunga

     $B = M \times p\% \times n$

     B = 2.500.000 × 0,04 × 2

     B = 200.000

   - Menghitung total uang yang dibayar

     Total bayar = 2.500.000 + 200.000

     = 2.700.000

   - Menghitung cicilan perbulan

     Cicilan = $\frac{2.700.000}{24}$ = 112.500

   Jadi, cicilan yang harus dibayar oleh Raka setiap bulan adalah 112.500

7. Diketahui:

   Banyaknya potongan pipa: 5 bagian

   Pipa terpendek: a = 4 cm

   Pipa terpanjang: U_5 = 324 cm

   - Menentukan rasio

     $U_n = ar^{n-1}$

     $324 = 4 \cdot r^4$

     $\frac{324}{4} = r^4$

     $81 = r^4$

     $r = \sqrt[4]{81}$

     $r = 3$

   - Maka potongan pipa nya berturut-turut adalah

     4, 12, 36, 108, 324

Sehingga, pipa semula sebelum di potong dirumuskan sebagai S_5

$S_5 = a\left(\frac{r^n - 1}{r - 1}\right)$

$S_5 = 4\left(\frac{3^5 - 1}{3 - 1}\right)$

$S_5 = 4\left(\frac{242}{2}\right)$

$S_5 = 4(121)$

$S_5 = 484$

Jadi, panjang pipa semula sebelum dipotong adalah 484 cm

8. Diketahui:

Beda = 2

- Mencari banyak kursi baris pertama (a)

$U_5 = a + 4b$

$U_5 = a + 4(2)$

$U_5 = a + 8$

Selanjutnya, diketahui U_{13}

$U_{13} = a + 12b$

$U_{13} = a + 12(2)$

$U_{13} = a + 24$

Perbandingan jumlah kursi baris ke-5 dan baris ke-13 adalah $\frac{1}{2}$, maka

$\frac{U_5}{U_{13}} = \frac{1}{2}$

$\frac{a + 8}{a + 24} = \frac{1}{2}$

$2a + 16 = a + 24$

$a = 24 - 16$

$a = 8$

- Mencari banyak baris (n)

$U_n = a + (n - 1)b$

$50 = 8 + (n - 1)2$

$50 = 8 + 2n - 2$

$50 = 6 + 2n$

$44 = 2n \rightarrow n = 22$

- Total kursi

$S_{22} = \frac{22}{2}(2 \cdot 8 + (22 - 1)2)$

$S_{22} = 11(16 + 42)$

$S_{22} = 11(58)$

$S_{22} = 638$

Jadi, total kursi pada ruang pertemuan tersebut adalah 638 kursi

9. Diketahui:

Inflasi: $r = 8\% = 0{,}08$

$n = 5 \rightarrow t = 4$ karena untuk 4 tahun ke depan

Harga emas saat ini: $P = 2.000.000$

$H_t = P(1 + r)^t$

$H_t = 2.000.000(1 + 0{,}08)^4$

$H_t = 2.000.000(1{,}08)^4$

$H_t = 2.000.000 \times 1{,}36049$ (pembulatan)

$H_t = 2.720.980$

Jadi, harga emas untuk empat tahun kedepan adalah 2.720.980 per gram

10. Diketahui:

Pembelahan bakteri setiap 4 jam adalah 2 bagian

Banyak bakteri pada pukul 12.00 adalah 1.000 unit

Ditanya:

Banyak bakteri pada pukul 20.00

Jumlah bakteri

Pukul 12.00 = 1.000

Setelah 4 jam (pukul 16.00): $1.000 \times 2 = 2.000$

Setelah 8 jam (pukul 20.00): $2.000 \times 2 = 4.000$

Jadi, jumlah bakteri pada pukul 20.00 adalah 4.000 unit

I. Tindak Lanjut

Setelah dilakukan evaluasi sumatif terhadap pembelajaran Bab 1 tentang Barisan dan Deret, langkah tindak lanjut perlu dirancang secara terstruktur agar pembelajaran benar-benar bermakna bagi seluruh peserta didik. Berdasarkan hasil penilaian, peserta didik dikelompokkan ke dalam dua kategori utama, yaitu peserta didik yang telah tuntas belajar dan peserta didik yang belum mencapai ketuntasan. Keduanya perlu mendapatkan perlakuan pedagogis yang sesuai agar perkembangan kompetensinya tetap optimal dan berkelanjutan.

Bagi peserta didik yang telah tuntas, guru dapat memberikan kegiatan pengayaan berupa proyek lanjutan atau eksplorasi kontekstual yang menantang kemampuan berpikir tingkat tinggi (HOTS). Misalnya, peserta didik diminta merancang skenario investasi jangka panjang dengan variabel bunga yang berubah, atau membuat studi mini tentang penyebaran informasi melalui media sosial yang mengikuti pola barisan geometri. Selain itu, mereka dapat diajak mengeksplorasi aplikasi barisan dan deret dalam bidang lain seperti fisika (gerak lurus berubah beraturan), biologi (pertumbuhan populasi), atau ekonomi (inflasi dan depresiasi). Kegiatan ini bertujuan untuk memperluas wawasan peserta didik, menumbuhkan keterampilan transfer pengetahuan, serta mendorong kreativitas dan kolaborasi dalam pemecahan masalah kontekstual.

Sementara itu, bagi peserta didik yang belum tuntas, guru perlu menyusun program remedi yang lebih terstruktur dan bersifat *scaffolding*. Remedial ini dapat dilakukan melalui bimbingan kelompok kecil, latihan ulang berbasis soal bertingkat (dari level C1 ke C3), atau melalui lembar aktivitas yang memandu peserta didik untuk memahami kembali konsep dasar secara bertahap, misalnya dengan mengidentifikasi jenis barisan dari pola konkret, menyusun tabel suku, hingga menyusun rumus suku ke-n secara runtut. Guru juga dapat memanfaatkan alat bantu visual seperti garis bilangan, model kursi atau balok, serta aplikasi digital seperti GeoGebra untuk membantu peserta didik memahami konsep rasio dan beda secara intuitif. Selama remedial, penting juga bagi guru untuk memberikan umpan balik positif dan membangun, agar peserta didik tidak merasa gagal, tetapi terdorong untuk bangkit dan memperbaiki.

Dengan tindak lanjut yang berdiferensiasi ini, guru tidak hanya memastikan bahwa seluruh peserta didik mencapai kompetensi minimal, tetapi juga memberikan ruang bagi penguatan dan pengayaan yang memperkaya pengalaman belajar peserta didik secara holistik. Evaluasi formatif dapat dilakukan setelah proses remedial atau pengayaan, untuk memastikan peningkatan pemahaman dan keterampilan peserta didik telah tercapai secara signifikan.

J. Refleksi

Buku siswa telah memuat refleksi untuk peserta didik. Gunakan kegiatan tersebut untuk mengajak peserta didik melakukan refleksi pada setiap akhir pembelajaran bab. Bapak/Ibu Guru juga dapat menyalin kegiatan refleksi tersebut untuk diisi oleh peserta didik dan dikumpulkan kembali ke Bapak/Ibu. Dengan cara tersebut, Bapak/Ibu Guru dapat menganalisis refleksi peserta didik dan menggunakannya untuk memperbaiki praktik pembelajaran berikutnya.

Bapak/Ibu Guru juga perlu melakukan refleksi terhadap pembelajaran yang telah dilakukan. Terdapat banyak cara melakukannya. Salah satunya dengan menjawab pertanyaan refleksi berikut.

1. Bagaimana pengalaman Bapak/Ibu Guru ketika mengajarkan barisan dan deret? Situasi nyata atau contoh kontekstual apa yang paling membantu peserta didik memahami konsep dasar ini?
2. Apa kesan utama Bapak/Ibu saat membimbing peserta didik membedakan konsep barisan dan deret? Adakah situasi ketika peserta didik antusias atau justru bingung, dan bagaimana Bapak/Ibu mengatasinya?
3. Evaluasilah strategi pembelajaran yang Bapak/Ibu gunakan pada saat menjelaskan konsep barisan dan deret. Bagian mana yang menurut Bapak/Ibu sudah efektif, dan bagian mana yang perlu diperbaiki?
4. Apa pembelajaran berharga yang Bapak/Ibu peroleh dari aktivitas penerapan barisan dan deret? Bagaimana keterlibatan peserta didik pada bagian ini?

5. Berdasarkan refleksi Bapak/Ibu, metode atau pendekatan apa yang akan dipertahankan pada pembelajaran mendatang, dan strategi apa yang akan ditingkatkan agar peserta didik lebih mendalami konsep barisan dan deret?

K. Sumber Belajar

Knopp, Konrad. *Theory and Application of Infinite Series*. Dover Publications, 1990.

MathonGo. *NCERT Solutions Class 11 Maths Chapter 9: Sequence and Series*. MathonGo, www.mathongo.com.

National Council of Educational Research and Training (India). *Mathematics Class XI: Chapter 8 – Sequences and Series*. Reprint 2025–2026, NCERT, 2025.

Problems in Mathematical Analysis I: *Real Numbers, Sequences and Series. Translated by Alexey Kudryavtsev*, edited by B.P. Demidovich, MIR Publishers, 1989.

Save My Exams. *Sequences and Series Cheat Sheet. Edexcel Maths A-level – Year 2 Pure*. Save My Exams, www.savemyexams.co.uk. PDF file.

Schaum, Murray R. *Schaum's Outline of Calculus. 6th ed.*, McGraw-Hill Education, 2013.

Stein, Elias M., and Rami Shakarchi. *Fourier Analysis: An Introduction*. Princeton University Press, 2003.

Stewart, James. *Calculus: Sequences and Series. 11th ed.*, Cengage Learning, 2021.

Rudin, Walter. *Principles of Mathematical Analysis. 3rd ed.*, McGraw-Hill, 1976.

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
REPUBLIK INDONESIA, 2025
Panduan Guru Matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas XII (Edisi Revisi)
Penulis: **Mohammad Tohir, dkk**
ISBN: 978-634-00-3116-4 (jil.3 PDF)

Panduan Khusus

Bab 2
Investasi dan Pinjaman



A. Pendahuluan

Bab 2 ini menyajikan tentang materi investasi dan pinjaman. Materi ini penting karena merupakan konsep dasar matematika keuangan yang memiliki aplikasi luas dalam kehidupan sehari-hari, terutama dalam pengelolaan keuangan pribadi, investasi, dan perencanaan keuangan. Peserta didik tidak hanya diajarkan bagaimana melakukan perhitungan matematis, tetapi juga diajak untuk mengembangkan kebiasaan berpikir logis, percaya diri dalam memecahkan masalah literasi numerasi dan finansial, serta mampu mengidentifikasi dan memutuskan solusi terbaik. Dengan demikian, pembelajaran ini tidak hanya memberikan pengetahuan teoretis, tetapi juga mempersiapkan mereka untuk menghadapi situasi nyata yang akan mereka hadapi di masa depan. Selain itu, peserta didik akan lebih siap untuk mengelola keuangan pribadi mereka dengan bijak. Mereka akan memahami pentingnya menabung dan investasi sejak dini, serta bagaimana menghindari jebakan hutang yang dapat membebaninya di kemudian hari.

Pembelajaran tentang investasi dan pinjaman memiliki hubungan erat dengan kehidupan sehari-hari. Di era ekonomi modern saat ini, kemampuan untuk memahami konsep bunga sangatlah penting. Konsep ini mencakup bunga majemuk, anuitas, investasi, pinjaman, dan suku bunga.

Dengan pemahaman yang kuat tentang investasi dan pinjaman, peserta didik dapat merencanakan masa depan mereka dengan lebih baik. Mereka dapat menentukan tujuan keuangan jangka panjang, seperti membeli rumah atau mempersiapkan dana pensiun, dan menyusun strategi untuk mencapainya. Di samping itu, pengetahuan ini juga dapat membantu peserta didik dalam menilai peluang bisnis, mengelola resiko, dan membuat keputusan yang menguntungkan. Secara keseluruhan, pembelajaran investasi dan pinjaman tidak hanya bermanfaat bagi individu secara pribadi tetapi juga memberikan dampak positif bagi masyarakat. Dengan generasi yang lebih melek finansial, stabilitas ekonomi dapat ditingkatkan dan kesejahteraan sosial dapat tercapai.

Melalui pendekatan pembelajaran mendalam, peserta didik diharapkan dapat secara sadar menjelaskan, memodelkan, dan menganalisis konsep-konsep tersebut, serta mengaplikasikannya dalam situasi nyata. Pendekatan

bermakna ini memungkinkan peserta didik untuk mengidentifikasi hubungan antara parameter keuangan dan hasil dari invetasi atau utang, serta mengintegrasikan pengetahuan konseptual dalam proses pengambilan keputusan finansial yang kompleks. Selain itu, dengan pengalaman belajar yang menyenangkan, peserta didik akan meningkatkan kemampuan berpikir kritis mereka dalam mengevaluasi berbagai strategi investasi dan pinjaman.

Dalam konteks keterampilan abad 21, pendekatan ini juga menekankan pengembangan 4C, meliputi: berpikir kritis (*critical thinking*) melalui evaluasi strategi keuangan, komunikasi (*communication*) melalui diskusi kelompok, kolaborasi (*collaboration*) dalam tim analisis proyek, dan kreativitas (*creativity*) dalam merancang solusi inovatif terhadap tantangan keuangan. Dengan demikian, pendekatan ini diharapkan dapat membangun literasi finansial yang lebih mendalam dan menyeluruh, serta mempersiapkan peserta didik untuk menghadapi tantangan finansial di masa depan dengan percaya diri dan keterampilan yang memadai.

1. Tujuan Pembelajaran dan Indikator

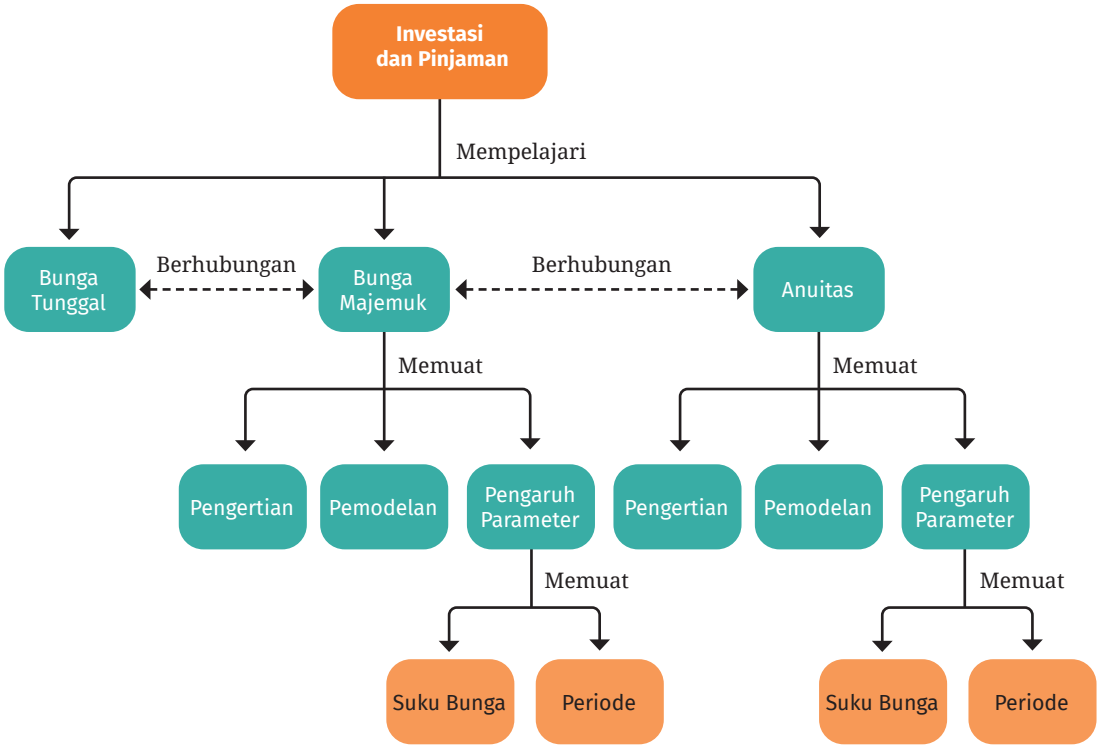
Bab 2 ini terdiri dari enam subbab yaitu suku bunga tunggal, investasi bunga majemuk, investasi anuitas, pinjaman bunga majemuk, pinjaman dengan anuitas, serta parameter investasi dan pinjaman.

Tabel 2.1 Tujuan Pembelajaran dan Indikator Materi Bab 2

Subbab	Tujuan Pembelajaran	Indikator
Suku Bunga Tunggal	Menggunakan konsep suku bunga tunggal dalam menyelesaikan permasalahan matematika.	1. Mendeskripsikan konsep suku bunga tunggal. 2. Menyelesaikan permasalahan sehari-hari menggunakan konsep suku bunga tunggal.
Investasi Bunga Majemuk	Menggunakan konsep suku investasi bunga majemuk dalam	1. Mendeskripsikan konsep investasi bunga majemuk.

Subbab	Tujuan Pembelajaran	Indikator
	menyelesaikan permasalahan matematika.	2. Menyelesaikan permasalahan sehari-hari menggunakan konsep investasi bunga majemuk.
Investasi Anuitas	Menggunakan konsep investasi anuitas dalam menyelesaikan permasalahan matematika.	1. Mendeskripsikan konsep investasi anuitas. 2. Menyelesaikan permasalahan sehari-hari menggunakan konsep investasi anuitas.
Pinjaman Bunga Majemuk	Menggunakan konsep pinjaman bunga majemuk dalam menyelesaikan permasalahan matematika.	1. Mendeskripsikan konsep pinjaman bunga majemuk. 2. Menyelesaikan permasalahan sehari-hari menggunakan konsep pinjaman bunga majemuk.
Pinjaman dengan Anuitas	Menggunakan konsep pinjaman dengan anuitas dalam menyelesaikan permasalahan matematika.	1. Mendeskripsikan konsep pinjaman dengan anuitas. 2. Menyelesaikan permasalahan sehari-hari menggunakan konsep pinjaman dengan anuitas.
Parameter Investasi dan Pinjaman	Menunjukkan pengaruh parameter suku bunga dan parameter periode pembayaran pada investasi dan pinjaman.	1. Mengidentifikasi pengaruh parameter suku bunga pada investasi dan pinjaman. 2. Mengidentifikasi pengaruh parameter periode pembayaran pada investasi dan pinjaman.

2. Peta Konsep



3. Keterkaitan Pokok Materi

Berikut ini uraian terstruktur mengenai keterkaitan pokok materi yang dirancang untuk memperdalam pemahaman peserta didik tentang konsep bunga dan anuitas dalam konteks investasi dan pinjaman. Investasi dan pinjaman yang dibahas ini diturunkan berupa konsep yang menyertainya yaitu konsep bunga majemuk dan anuitas, di mana kedua konsep ini sangat erat kaitannya dengan konteks investasi dan pinjaman.

Materi dimulai dengan subbab suku bunga tunggal yang diawali dengan kegiatan *Ayo, Mengingat Kembali* tentang materi bunga tunggal yang disinggung pada bab sebelumnya. Kemudian, dilanjutkan dengan kegiatan *Ayo, Berkolaborasi* yang harapannya peserta didik dapat mengingat kembali tentang bunga tunggal, serta keterkaitannya dalam kehidupan nyata, yaitu dengan koperasi simpan pinjam.

Selanjutnya, peserta didik dikenalkan konsep yang lain dari turunan investasi dan pinjaman, yaitu konsep bunga majemuk dan anuitas. Pada bagian ini dibahas bagaimana peserta didik melihat dari sudut pandang konteks investasi dan pinjaman, sehingga materi ini terbagi menjadi dua, yaitu investasi dan pinjaman pada bunga majemuk dan anuitas. Pada konteks ini peserta didik akan bereksplorasi tidak hanya mengenal konsepnya, tetapi juga mampu menerapkan dan mengaitkan materi tersebut dengan mata pelajaran lain, misalnya ekonomi.

Pada bagian akhir, diharapkan peserta didik dapat menganalisis pengaruh parameter terkait bunga majemuk dan anuitas dari sisi suku bunga dan periode pembayaran. Melalui pendekatan *deep learning*, peserta didik diajak untuk membangun pemahaman konseptual secara aktif, efektif, dan efisien dengan menelusuri makna di balik rumus. Proses belajar mengajar ini tidak hanya berfokus pada hasil akhir, tetapi juga pada proses berpikir dan refleksi, sehingga mendorong peserta didik untuk mengembangkan keterampilan abad 21. Peserta didik diajarkan untuk saling bekerja sama, menghargai gagasan orang lain, dan bertanggung jawab atas pembelajaran mereka.

4. Saran Waktu Pembelajaran dalam Satu Bab

Alokasi waktu yang disarankan untuk mempelajari Bab 2 ini adalah sekitar 24 Jam Pelajaran.

a. 4 JP untuk subbab Suku Bunga Tunggal dan Investasi Bunga Majemuk
b. 4 JP untuk subbab Investasi Anuitas
c. 6 JP untuk subbab Pinjaman Bunga Majemuk
d. 6 JP untuk subbab Pinjaman Anuitas
e. 4 JP untuk subbab Pengaruh Parameter Suku Bunga dan Periode Pembayaran

Pembagian rentang waktu yang ditunjukkan merupakan saran terkait waktu pembelajaran dalam satu bab. Guru dapat memodifikasi waktu pembelajaran sesuai dengan karakteristik peserta didik pada jenjang SMA/MA/SMK/MAK Kelas XII di satuan pendidikan masing-masing.

B. Konsep dan Keterampilan Prasyarat

Pembelajaran investasi dan pinjaman memerlukan penguasaan konsep dan keterampilan dasar yang penting untuk memahami materi lebih kompleks. Konsep prasyarat untuk memahami materi ini mencakup operasi hitung aljabar dasar, barisan aritmetika dan geometri, serta persentase dan desimal. Pemahaman operasi aljabar dasar memungkinkan peserta didik melakukan perhitungan bunga dan anuitas.

Salah satu keterampilan yang diperlukan juga adalah kemampuan dalam menggunakan alat bantu seperti kalkulator, Google Spreadsheets, Simulasi dan Aplikasi daring hal ini cukup membantu dalam memudahkan perhitungan dan pemahan konsep, disarankan agar guru bisa menguasai keterampilan ini lebih dahulu baru kemudian mengajarkan kepada peserta didik.

Barisan aritmetika dan geometri membantu memahami pola pertumbuhan dana, terutama dalam bunga majemuk dan deret geometri yang melibatkan penggandaan dengan rasio tetap. Selain itu, konversi persentase ke desimal penting untuk perhitungan finansial akurat. Menguasai konsep-konsep ini penting agar peserta didik dapat memahami rumus bunga majemuk, perhitungan anuitas, dan melakukan perhitungan finansial akurat, sehingga mendukung pengambilan keputusan finansial yang lebih bijak.

C. Kerangka Pembelajaran

Kerangka pembelajaran untuk materi Investasi dan Pinjaman berdasarkan empat dimensi utama, yaitu: praktik pedagogis, kemitraan pembelajaran, lingkungan pembelajaran, dan pemanfaatan digital adalah sebagai berikut.

Tabel 2.2 Kerangka Pembelajaran Materi Bab 2

Aspek Dimensi Pembelajaran	Deskripsi
1. Praktik Pedagogis	Pendekatan: ▶ *Problem Based Learning* (PBL) ▶ *Inquiry-Based Learning* ▶ *Project Based Learning*.

Aspek Dimensi Pembelajaran	Deskripsi
	Strategi Pembelajaran: ▶ Peserta didik mengeksplorasi kasus nyata seperti tabungan masa depan dan cicilan pinjaman. ▶ Diskusi kelompok kecil untuk analisis dan memberi kesimpulan. ▶ Refleksi individu pada akhir subbab. Asesmen: ▶ Formatif: latihan soal seperti “Latihan 2.1”. ▶ Proyek kreatif ▶ Sumatif: melalui kegiatan Uji Kompetensi.
2. Kemitraan Pembelajaran	Kolaborasi Peserta Didik-Guru: ▶ Guru berperan sebagai fasilitator dalam diskusi kelompok. ▶ Peserta didik bekerja sama dalam aktivitas seperti "Ayo, Berkomunikasi" untuk mempresentasikan solusi masalah. ▶ Interdisipliner: integrasi dengan mata pelajaran lain, misalnya, ekonomi atau akuntansi. Peran Guru: ▶ Fasilitator dan pengarah eksplorasi. ▶ Pemberi umpan balik reflektif.
3. Lingkungan Pembelajaran	Fisik: ▶ Penggunaan alat bantu hitung *spreadsheet*, kalkulator ilmiah, laptop, dan studi kasus. ▶ Penggunaan gambar, tabel, dan grafik untuk memudahkan pemahaman.

Aspek Dimensi Pembelajaran	Deskripsi
	Psikososial: ▶ Inklusif aktivitas seperti "Ayo, Berpikir Kritis" mendorong partisipasi semua peserta didik, termasuk yang kurang percaya diri. ▶ Kesalahan dihargai sebagai bagian dari proses belajar. ▶ Diskusi terbuka untuk eksplorasi ide.
4. Pemanfaatan Digital	Alat dan Platform: ▶ *Scientific Calculator* ▶ Ms Excel/Spreadsheet ▶ Kahoot/Quizizz: evaluasi formatif interaktif. ▶ Padlet/Jamboard: kolaborasi dan refleksi visual. Aktivitas Digital: ▶ Simulasi digital (misal Desmos, *Scientific calculator*) ▶ Simulasi *online* (misal simulasi *online* pinjaman dan investasi)

Kerangka pembelajaran ini diharapkan menciptakan pengalaman belajar yang mendalam, kontekstual, dan bermakna bagi peserta didik dalam memahami konsep investasi dan pinjaman.

D. Apersepsi

Pembelajaran materi Investasi dan Pinjaman pada Bab 2 dimulai dengan apersepsi yang disajikan dalam berbagai bentuk untuk menarik minat dan mengaktifkan pengetahuan awal peserta didik. Oleh karena itu, diharapkan guru dapat memanfaatkan dan memaksimalkannya. Apersepsi utama disajikan melalui pertanyaan pemantik dengan mengajak peserta didik membayangkan

cara mengembangkan uang atau aset yang dimiliki. Pada akhirnya, peserta didik akan memilih metode yang paling tepat untuk mengembangkan asetnya tersebut.

Setiap subbab juga memiliki elemen apersepsi spesifik. Misalnya, subbab pertama tentang suku bunga tunggal dimulai dengan kegiatan "Ayo, Mengingat Kembali", kegiatan ini berfungsi sebagai apersepsi dengan mengulas konsep bunga tunggal yang telah dipelajari, sebelum masuk ke materi yang baru. Subbab kedua tentang investasi bunga majemuk pada kegiatan "Ayo, Bereksplorasi" dimulai dengan pertanyaan seperti "Pernahkah kamu menabung di bank?" atau "Tahukah kamu tentang deposito?". Pertanyaan tersebut berfungsi untuk memperkenalkan konsep bunga majemuk. Subbab ketiga tentang investasi anuitas pada kegiatan "Ayo, Bereksplorasi" menghadirkan skenario dan pertanyaan seperti "Bagaimana jika seseorang rutin berinvestasi atau menabung setiap bulan? Apakah perhitungan bunganya akan sama?". Pertanyaan ini merupakan pengantar pada pembahasan anuitas. Selain itu, pada bagian "Tahukah Kalian" turut berkontribusi sebagai apersepsi dengan menggunakan contoh kenaikan harga mie ayam untuk memperkenalkan konsep inflasi yang relevan dengan pembahasan investasi dan pinjaman. Elemen-elemen apersepsi tersebut terdapat pada buku siswa dan membantu peserta didik untuk menghubungkan materi baru dengan pengetahuan sebelumnya atau pengalaman sehari-hari.

Adapun alternatif apersepsi lainnya yang dapat digunakan guru selain dari pertanyaan pemantik yang ada dalam buku siswa, misalnya alternatif apersepi 1: Permainan Peran Sederhana. Guru dapat memulai dengan meminta beberapa peserta didik maju ke depan untuk memainkan peran sebagai "penabung" dan "bankir" atau "peminjam". Melalui permainan ini, guru akan memantik pertanyaan seperti "Apa yang dapat kamu lakukan dengan uang jajan lebih?" dan "Jika kamu menabung di bank, apa yang kamu harapkan akan terjadi pada uangmu setelah beberapa waktu?" Pendekatan ini bertujuan untuk mengenalkan konsep dasar pertambahan uang secara menyenangkan.

Alternatif apersepsi 2: Cerita Kontekstual dan Prediksi. Guru dapat menceritakan kisah relevan tentang seseorang yang ingin menyiapkan dana untuk masa depan, misalnya membeli rumah atau dana pensiun. Pertanyaan pemantik dapat meliputi "Kira-kira, apa saja pilihan yang dapat dilakukan agar

uangnya bertambah seiring waktu?" dan "Menurutmu, strategi mana yang paling baik?". Hal ini mendorong peserta didik untuk memikirkan berbagai opsi dan memprediksi hasilnya.

Alternatif apersepsi 3: Diskusi Pengalaman Pribadi. Guru dapat memfasilitasi diskusi tentang pengalaman peserta didik atau keluarga terkait menabung, meminjam uang, atau berinvestasi. Pertanyaan seperti "Apa yang kamu pahami dari situasi tersebut? Misalnya, mengapa ada orang yang harus membayar lebih banyak saat mengembalikan pinjaman?" atau "Bagaimana pengalaman ini dapat dikaitkan dengan pentingnya merencanakan keuangan?" akan membantu peserta didik menghubungkan konsep keuangan dengan kehidupan nyata mereka.

Dengan demikian, apersepsi dalam pembelajaran investasi dan pinjaman bukan sekadar kegiatan awal pembelajaran, tetapi merupakan bagian integral dari strategi pembelajaran berbasis pemahaman yang mendorong peserta didik untuk berpikir kritis, logis, dan reflektif, serta siap memasuki proses pembelajaran dengan keterlibatan kognitif dan emosional yang lebih tinggi.

E. Formatif Awal

Tujuan formatif awal ini adalah untuk memetakan pemahaman awal peserta didik terhadap konsep bunga majemuk dan anuitas dalam konteks investasi dan pinjaman, mengukur kemampuan awal peserta didik dalam mengidentifikasi pengaruh parameter dalam model finansial sederhana, dan mengidentifikasi kesiapan peserta didik untuk mempelajari pemodelan dan analisis yang lebih kompleks.

Guru dapat memberikan pertanyaan kontekstual yang relevan dengan pengalaman peserta didik, untuk mengetahui sejauh mana pengetahuan peserta didik. Strategi pelaksanaannya dapat dilakukan dengan cara berikut ini.

Untuk investasi bunga majemuk, guru dapat menggunakan kuis singkat atau pertanyaan terbuka, seperti: "Bayangkan kamu menabung Rp5.000.000,00 di bank. Bank menawarkan bunga 5% per tahun. Jika setiap tahun, bunga yang kamu dapatkan ditambahkan ke tabungan awal, apakah uangmu akan

bertambah lebih cepat atau lebih lambat dibandingkan jika bunga hanya dihitung dari Rp5.000.000,00 saja? Jelaskan mengapa demikian dengan kata-katamu sendiri". Hal ini bertujuan mengukur intusisi awal peserta didik tentang konsep "bunga berbunga" atau pertumbuhan eksponensial.

Selanjutnya, untuk investasi anuitas, studi kasus sederhana atau skema visual dapat digunakan. Pertanyaan kontekstual yang dapat diajukan adalah: "Misalkan kamu ingin mempunyai uang Rp20.000.000,00 dalam 5 tahun untuk kuliah. Kamu memutuskan untuk menabung rutin setiap bulan. Menurutmu, mengapa menabung rutin setiap bulan dapat membantumu mencapai tujuan itu? Apa bedanya dengan hanya menabung sekali di awal?" Pertanyaan ini bertujuan mengukur pemahaman awal tentang konsep investasi berkala (anuitas investasi) dan akumulasi dana dari waktu ke waktu.

Pada bagian pinjaman bunga majemuk, analisis informasi sederhana dapat menjadi formatif awal yang efektif. Guru bisa bertanya: "Seorang kakak meminjam uang Rp10.000.000,00 untuk membeli motor. Koperasi menawarkan pinjaman dengan bunga yang dihitung setiap bulan dari sisa pinjaman. Mengapa jumlah bunga yang dibayar di awal-awal periode pinjaman terasa lebih besar dibandingkan di akhir-akhir periode? Jika kakak ingin melunasi pinjaman lebih cepat, apa saran yang dapat kamu berikan?" Pertanyaan ini bertujuan mengukur intuisi awal peserta didik tentang bagaimana bunga majemuk bekerja dalam konteks pinjaman, terutama terkait dengan sisa pokok pinjaman.

Untuk pinjaman anuitas, guru dapat menggunakan perbandingan konsep. Pertanyaan diajukan: "Ketika seseorang mengambil cicilan rumah atau kendaraan, biasanya jumlah yang dibayar setiap bulan itu sama. Menurutmu, apakah porsi bunga dan porsi pokok yang dibayar dalam cicilan itu juga sama setiap bulan? Jelaskan alasannya. Apa keuntungan dari sistem cicilan dengan jumlah yang sama setiap bulan ini bagi peminjam?" Ini bertujuan mengukur pemahaman awal tentang konsep anuitas dalam konteks cicilan pinjaman (pembayaran yang tetap) dan bagaimana alokasi pokok *versus* bunga berubah seiring waktu.

Terakhir, untuk menguji pengaruh parameter, skenario "Bagaimana jika ...?" sangatlah cocok. Contoh pertanyaan: "Bagaimana jika kamu punya pilihan investasi? Investasi A memberikan bunga 7% per tahun dan investasi

B memberikan bunga 9% per tahun. Jika kamu menaruh uang yang sama di kedua investasi tersebut selama 5 tahun, manakah yang akan memberikan hasil lebih banyak? Mengapa demikian? Jika kamu mempunyai uang yang sama dan menaruhnya di investasi yang sama, misalnya 8% per tahun, tetapi yang satu ditabung selama 3 tahun dan yang lain 7 tahun. Mana yang hasilnya lebih banyak? Mengapa demikian?". Formatif ini bertujuan mengukur kemampuan peserta didik untuk menganalisis secara kualitatif pengaruh perubahan parameter seperti tingkat bunga atau durasi terhadap hasil investasi atau pinjaman, serta mendorong kebiasaan berpikir logis dan kritis dalam membuat keputusan finansial.

Berdasarkan data yang diperoleh dari asesmen awal formatif ini, guru dapat mengidentifikasi kelompok peserta didik (mahir, cakap, layak, atau baru berkembang), dan merancang strategi pembelajaran berdiferensiasi menyesuaikan konten (apa yang dipelajari), proses (bagaimana cara belajar), dan produk (bagaimana menunjukkan pemahaman), agar sesuai dengan kebutuhan spesifik dan mendukung perkembangan optimal setiap peserta didik.

F. Panduan Pembelajaran Buku Siswa

Tujuan umum pada aktivitas pembelajaran adalah peserta didik dapat memahami, menghitung, dan mengevaluasi konsep bunga majemuk dan anuitas pada konteks investasi dan pinjaman secara efektif dan menghubungkannya dengan situasi dunia nyata.

Subbab A: Suku Bunga Tunggal

Tabel 2.3 Pengalaman Belajar Materi Suku Bunga Tunggal

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Mengingat Kembali Konsep bunga tunggal	Memahami	Menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya.

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Bereksplorasi Bekerja sama dengan kelompok kecil untuk menyelesaikan masalah kontekstual.	Merefleksi	Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.



Ayo, Mengingat Kembali

Guru mengajak peserta didik untuk mengingat kembali konsep barisan dan deret berkaitan dengan penerapan suku bunga tunggal. Kemudian, peserta didik diminta untuk membandingkan contoh nyata pada Masalah A dan Masalah B yang telah disediakan pada buku siswa. Guru memotivasi peserta didik agar benar-benar fokus dan konsentrasi dalam membedakan kedua masalah tersebut beserta alternatif penyelesaiannya.

Guru meminta peserta didik untuk memperhatikan dengan saksama rumus dan konsep bunga tunggal pada kedua masalah tersebut agar pembelajaran menjadi bermakna. Dengan demikian, peserta didik tidak harus menghafal rumus tersebut, tetapi dapat memahami konsep secara mendalam.

Kemudian, guru memotivasi peserta didik untuk melakukan proses aktivitas diskusi dengan teman sebelahnya agar mereka lebih relaks dalam menyimpulkan kegiatan ini, sehingga pengetahuan mereka lebih luas. Beberapa peserta didik diajak untuk menyampaikan kesimpulan yang didapat berdasarkan hasil diskusinya.



Ayo, Bereksplorasi

Ajaklah peserta didik untuk melakukan kegiatan eksplorasi dengan berpasangan. Mereka diminta untuk mencari solusi dari masalah A dan B. Pada tahap ini, guru dapat memberikan tantangan kepada kelompok pasangan

yang lain untuk mendapatkan solusi dari kedua masalah tersebut. Biarkan tiap pasangan berdiskusi dan menemukan solusi masalahnya sendiri. Setelah berhasil, guru dapat meminta peserta didik untuk mencocokkan jawaban dari kelompok pasangan yang lain untuk memastikan kebenaran jawaban.

Pembelajaran Berdiferensiasi

Guru dapat menggunakan pendekatan diferensiasi dalam mengajarkan materi bunga tunggal dengan menyesuaikan kegiatan pembelajaran sesuai kesiapan belajar dan minat peserta didik. Guru dapat membagi peserta didik menjadi kelompok yang terdiri dari 2–4 anggota berdasarkan hasil formatif awal. Kelompok pemula, yang masih memerlukan pemahaman dasar tentang ruang sampel dan probabilitas. Kelompok menengah, yang mulai mampu menerapkan konsep dalam soal-soal sederhana. Kelompok lanjutan, yang telah menguasai materi dasar dan siap mengerjakan soal-soal yang lebih kompleks.

Kelompok pertama diminta mengerjakan masalah A dan kelompok lainnya mengerjakan masalah B. Masing-masing kelompok dapat berdiskusi satu sama lain untuk memecahkan permasalahan mengenai suku bunga tunggal. Setelah selesai berdiskusi, guru dapat mengarahkan masing-masing kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusinya dan meminta tanggapan dari kelompok lain.

Kemudian, guru dapat menambahkan penguatan dengan meminta peserta didik untuk mengaitkan pengalamannya tentang materi suku bunga tunggal. Selain itu, guru juga memperhatikan minat peserta didik dengan menawarkan berbagai konteks masalah seperti olahraga, permainan, dan aktivitas sehari-hari, yang memungkinkan peserta didik untuk belajar dalam situasi yang mereka sukai. Pembelajaran juga disesuaikan dengan gaya belajar peserta didik. Misalnya, peserta didik kinestetik dapat memperoleh manfaat dari eksperimen langsung, peserta didik auditori dapat memperoleh manfaat dari penjelasan dan percakapan lisan, dan alat bantu visual seperti infografik dapat digunakan.

Pada akhir pelajaran, peserta didik diajak melakukan refleksi singkat untuk memperkuat pemahaman mereka. Diharapkan strategi pembelajaran ini akan memberikan peserta didik lingkungan belajar yang ramah, memuaskan, dan menyenangkan.

Subbab B: Investasi Bunga Majemuk

Tabel 2.4 Pengalaman Belajar Materi Investasi Bunga Majemuk

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Bereksplorasi Konsep investasi bunga majemuk	Memahami	Menghubungkan dengan konteks nyata dan/atau kehidupan sehari-hari.
Ayo, Mencoba Perhitungan bunga majemuk	Mengaplikasi	Menghubungkan konsep baru dengan pengetahuan sebelumnya.
Ayo, Berkolaborasi Diskusi kelompok kecil terkait masalah perhitungan bunga majemuk	Merefleksi	Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.
Ayo, Menggunakan Teknologi Penggunaan kalkulator *scientific* dan aplikasi *online*	Merefleksi	Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.
Tahukah Kalian Informasi bunga majemuk	Memahami	Menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya.
Penguatan Karakter	Merefleksi	Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.



Ayo, Bereksplorasi

Subbab B tentang investasi bunga majemuk dan penerapannya dalam investasi jangka panjang, misalnya, deposito dan saham. Guru dapat meminta peserta didik untuk memahami dan memperhatikan dengan cermat informasi dan pengalamannya berinteraksi dengan dunia keuangan, salah satunya adalah deposito. Jika peserta didik belum pernah mengenal deposito, ajaklah mereka untuk mencari tahu secara *online*. Mintalah peserta didik mencari informasi produk keuangan lainnya yang relevan dengan materi. Guru juga dapat meminta peserta didik menemukan tujuan pembelajaran yang diharapkan, yaitu konsep bunga dalam produk keuangan, dalam hal ini adalah bunga majemuk.

Dalam praktiknya, guru meminta peserta didik secara individu ataupun kelompok berdasarkan teman sebangkunya. Ajaklah peserta didik untuk mendiskusikan dan melakukan kegiatan eksplorasi agar mereka lebih relaks dalam menggunakan berbagai media belajar. Kemudian, mintalah peserta didik untuk mempresentasikan hasil temuannya secara bergantian.



Ayo, Mencoba

Guru meminta peserta didik untuk membaca atau mengingat kembali pemahaman tentang konsep bunga tunggal. Kemudian, peserta didik diminta untuk mencoba melengkapi Tabel 2.1, serta menjawab beberapa pertanyaan. Dengan demikian, peserta didik dapat menguasai konsep bunga tunggal diikuti dengan eksplorasi tabel perhitungan bunga majemuk dari tahun ke tahun.



Ayo, Berkolaborasi

Guru membantu peserta didik untuk bersikap teliti dan kritis dalam melengkapi Tabel 2.2, dengan diskusi kelompok. Pastikan bahwa peserta didik mengerjakan dengan lengkap.

Pada tahap ini, guru dapat mengenalkan dan membantu peserta didik dengan menggunakan alat bantu kalkulator atau aplikasi lain secara *online*. Upayakan agar peserta didik juga mengenal aplikasi *online* berupa kalkulator *scientific online* dengan mengakses kode respons cepat menggunakan perangkat atau gawai yang dimilikinya. Pastikan peserta didik dapat menentukan rumus bunga majemuk dengan benar. Guru dapat memberi penguatan dengan meminta perwakilan kelompok untuk presentasi mengenai proses menemukan rumus bunga majemuk.

Peserta didik diajak berdiskusi dan merefleksikan pola perhitungan bunga majemuk melalui pertanyaan yang menantang. Selanjutnya, peserta didik mengerjakan latihan soal untuk menghitung modal akhir dan bunga yang diperoleh setelah periode tertentu, serta mendiskusikan kasus nyata lainnya. Tujuan kegiatan ini adalah memperkuat pemahaman peserta didik tentang bunga majemuk dan membantu mereka membuat keputusan keuangan yang bijak. Selain itu, peserta didik juga dapat memahami perbedaan antara bunga majemuk dan bunga tunggal.

Berdasarkan tabel, terlihat bahwa pada tahun pertama mendapat bunga 1% sebesar Rp150.000,00 dari modal awal Rp15.000.000,00.

Tahun	Bunga (Rp)	Modal (Rp)
0	0	15.000.000,00
1	150.000,00	15.150.000,00
2	151.500,00	15.301.500,00
3	153.015,00	15.454.515,00
4	154.545,00	15.609.060,00
5	156.091,00	15.765.151,00
6	157.652,00	15.922.803,00
7	159.228,00	16.082.031,00
8	160.820,00	16.242.851,00
n	$1\% \times M_{n-1}$	$15.000.000,00 \times (1,01)^n$

Misalnya:

B_1 : bunga pada tahun pertama

M_1 : modal pada tahun pertama

B_1 = 1% × 15.000.000,00 = 150.000,00

M_1 = 15.000.000,00 + B_1 = 15.000.000,00 + 150.000,00 = 15.150.000,00

Jadi, modal akhir yang didapat pada tahun pertama sebesar Rp15.150.000,00
Selanjutnya, pada tahun kedua bunga 1% dikenakan kembali dengan menggunakan modal awal pada tahun pertama Rp15.150.000,00. Dapat ditulis:

B_2 : bunga pada tahun kedua

M_2 : modal pada tahun kedua

B_2 = 1% × 15.150.000,00 = 151.500,00

M_2 = Rp15.150.000,00 + B_2 = Rp15.150.000,00 + 151.500,00 =15.301.500,00

Jadi, modal akhir yang didapat pada tahun kedua yang didapat adalah sebesar Rp15.301.500,00

Demikian seterusnya untuk tahun ketiga hingga tahun berikutnya.

Kemudian, juga dapat ditentukan bunga dan modal akhir pada tahun ke-n.

$B_n = 1\% \times M_{n-1}$

$M_n = M_{n-1} + B_n$

Bisa juga ditulis $M_n = 15.000.000 \times (1{,}01)^n$

Jadi modal akhir yang didapat pada tahun ke-n sebesar Rp $15.000.000 \times (1{,}01)^n$

Pembelajaran Berdiferensiasi

Guru meminta peserta didik untuk mengidentifikasi tujuan pembelajaran dengan jelas dan secara aktif merenungkan apa yang telah mereka pelajari melalui pendekatan penuh perhatian yang mendasari pembelajaran terdiferensiasi. Guru memfasilitasi peserta didik agar menyadari proses pembelajaran yang telah berlangsung melalui pertanyaan-pertanyaan yang menggugah pikiran dan terlibat dalam kegiatan eksploratif yang memancing rasa ingin tahu. Dengan melakukan kegiatan ini, peserta didik lebih terlibat dan terfokus untuk memahami sepenuhnya tentang konsep investasi bunga majemuk secara mendalam, sehingga tidak hanya sekadar menghafal rumus saja.

Selanjutnya, pembelajaran menjadi relevan dengan menyesuaikan materi dan pendekatan yang dibutuhkan berdasarkan gaya belajar masing-masing peserta didik. Sementara untuk peserta didik yang kemampuannya di atas rata-rata diberikan pertanyaan menalar berbasis konteks dunia nyata. Untuk peserta didik yang kemampuannya di bawah rata-rata diberikan penguatan terbimbing dan latihan bertahap. Strategi ini menjamin bahwa setiap peserta didik dapat mengaitkan konsep investasi bunga majemuk dengan pengalaman pribadi mereka. Hal ini menjadikan pembelajaran lebih dapat diterapkan dengan nyaman.

Subbab C: Investasi Anuitas

Tabel 2.5 Pengalaman Belajar Materi Investasi Anuitas

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Bereksplorasi Konsep investasi anuitas	Memahami	Menghubungkan dengan konteks nyata dan/atau kehidupan sehari-hari.
Ayo, Berpikir Kritis Menganalisis konsep anuitas dengan tabel deposito	Mengaplikasikan atau memodelkan	Mengembangkan pemahaman dengan eksplorasi lebih lanjut serta menemukan model atau konsep materi.
Ayo, Berkolaborasi Diskusi kelompok kecil tentang permasalahan anuitas	Merefleksi	Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.
Ayo, Bereksplorasi Nilai masa depan anuitas	Memahami	Menstimulasi proses berpikir.
Ayo, Menggunakan Teknologi Penggunaan alat bantu hitung	Merefleksi	Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Berpikir Kreatif Menganalisis nilai sekarang	Menganalisis	Menerapkan strategi berpikir.
Tahukah Kalian Relevansi nilai mata uang di masa depan dengan masa kini atau dahulu	Memahami	Menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya.
Ayo, Berkolaborasi Proyek kelompok kecil untuk mendalami penerapan konsep anuitas dalam kehidupan sehari-hari	Merefleksi	Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.



Ayo, Bereksplorasi

Guru mengajak peserta didik bereksplorasi tentang perhitungan bunga tabungan. Guru memberikan stimulus dan mengajak peserta didik berpikir dalam menentukan besar bunga tabungan. Kegiatan ini bertujuan untuk menggali dan meningkatkan rasa ingin tahu peserta didik dalam menentukan investasi dengan konsep anuitas. Peserta didik diharapkan mampu membedakan konsep investasi pada bunga majemuk yang telah dipelajari sebelumnya dengan konsep investasi pada anuitas.

Guru dapat mengajak peserta didik mencari tahu istilah anuitas dengan membaca ataupun memanfaatkan perangkat atau gawai yang dimiliki. Biarkan peserta didik bereksplorasi, kemudian guru dapat bertanya tentang definisi anuitas dan jenisnya.

Ayo, Berpikir Kritis

Petunjuk guru untuk kegiatan Ayo, Berpikir Kritis

1. Berikan kesempatan dan waktu kepada peserta didik untuk mengamati informasi sesuai Tabel 2.3 pada buku siswa.
2. Peserta didik membentuk kelompok agar lebih meningkatkan pemahaman satu sama lain.
3. Guru dapat memberikan persoalan lain yang sejenis, sebagai bentuk visualisasinya. Kemudian, ajaklah setiap kelompok untuk menyusun argumen dan penjelasannya.
4. Berikan penguatan terhadap jawaban atas pertanyaan "Bagaimana cara merumuskan permasalahan tersebut untuk mencari total uang yang terkumpul dalam beberapa periode menabung?".

Ayo, Berkolaborasi

Pada aktivitas ini, peserta didik akan berkelompok dengan beranggotakan 2–4 orang. Guru mengarahkan mereka untuk mendiskusikan permasalahan sehingga dapat diperoleh rumus jumlah tabungan seseorang setelah n tahun. Peserta didik perlu melengkapi tabel 2.4 kemudian mendiskusikan hasil pengisian tabel tersebut. Setelah itu, hasil diskusi kelompok dipresentasikan di depan kelas.

Pada rumus jumlah tabungan yang ada di buku siswa, ada perbedaan pandangan di dalam matematika keuangan terkait anuitas, rumus tersebut menunjukkan setoran dimulai pada tahun ke-0. Ini berarti setoran dilakukan di awal periode. Jika mengikuti pola ini untuk 10 tahun, seharusnya ada 11 kali setoran (dari tahun 0 sampai 10) atau rumusnya dikalikan lagi dengan $(1 + i)$. Namun, dalam konteks anuitas biasa di mana setoran diasumsikan terjadi di akhir setiap periode sehingga rumus akhir ini masih aman digunakan dalam matematika keuangan untuk tingkat sekolah sehingga tidak perlu mengalikan lagi dengan $(1 + i)$.

Dalam soal-soal keuangan standar, jika tidak disebutkan secara spesifik apakah setoran dilakukan di awal atau di akhir tahun, maka secara otomatis yang digunakan adalah anuitas biasa (setoran akhir periode). Oleh karena itu, penggunaan rumus tersebut adalah standar yang umum diterima dalam pembelajaran matematika keuangan.



Ayo, Bereksplorasi

Guru mengajak peserta didik bereksplorasi tentang nilai tabungan masa depan dengan konsep anuitas. Guru memberikan stimulus dan mengajak peserta didik berpikir dengan membandingkan nilai sejumlah uang yang disimpan di rumah dengan menyimpan di bank. Kegiatan ini bertujuan untuk menggali dan meningkatkan rasa ingin tahu peserta didik dalam menentukan nilai tabungan dengan konsep anuitas. Selanjutnya, guru dapat mengajak peserta didik untuk mengaplikasikan konsep rumus nilai masa depan (*future value*). Pastikan bahwa peserta didik dapat memahami konsep nilai masa depan anuitas melalui contoh soal yang diberikan.



Ayo, Berpikir Kreatif

Guru meminta peserta didik untuk mengaitkan semua informasi yang diperoleh pada kegiatan Ayo, Bereksplorasi; Ayo, Berpikir Kritis; dan sajian pada contoh soal untuk menjawab pertanyaan pada Ayo, Berpikir Kreatif. Kemudian, mintalah peserta didik untuk berdiskusi dan memuliskan jawabannya.

Guru diharapkan dapat memastikan semua peserta didik yang memiliki kemampuan tinggi mengerjakan soal ini. Untuk peserta didik yang tergolong kategori menengah guru dapat melakukan kegiatan penemuan terbimbing dan untuk kategori bawah guru dapat melakukan observasi dan *review* pada bagian tertentu (tidak perlu harus tuntas). Ajak semua peserta didik terlibat dalam kelompok, terutama pada kegiatan diskusi membuat laporan penerapan konsep anuitas dalam kehidupan sehari-hari.



Ayo, Berkolaborasi

Setelah memahami konsep investasi dengan anuitas, guru memfasilitasi peserta didik membuat kelompok. Hal ini bertujuan untuk menguatkan pemahaman peserta didik sekaligus wujud pembelajaran yang menyenangkan. Pada kelompok kali ini, guru mengarahkan peserta didik untuk berbagi peran sebagai ketua, pencari data, pengolahan perhitungan, penulis laporan, dan penyaji (opsional). Setiap kelompok memilih tema skenario untuk menentukan rencana masa depan yang realistis. Kegiatan ini dapat dianggap sebagai proyek yang nantinya akan menghasilkan produk berupa laporan dan disajikan dengan menggunakan media yang akan dipresentasikan sesuai kreativitas masing-masing kelompok.

Pada tahap ini, guru dapat mengenalkan dan membantu peserta didik menggunakan alat bantu kalkulator atau aplikasi lain secara *online*. Jika peserta didik yang mengalami kesulitan akses internet, sebaiknya peserta didik juga diminta membawa kalkulator dari rumah untuk antisipasi kendala akses internet.

Pembelajaran Berdiferensiasi

Guru meminta peserta didik untuk mengidentifikasi tujuan pembelajaran dengan jelas dan secara aktif merenungkan apa yang telah mereka pelajari melalui pendekatan penuh perhatian yang mendasari pembelajaran terdiferensiasi. Guru memfasilitasi peserta didik agar menyadari proses pembelajaran yang telah berlangsung melalui pertanyaan-pertanyaan yang menggugah pikiran dan terlibat dalam kegiatan eksploratif yang memancing rasa ingin tahu. Dengan melakukan kegiatan ini, peserta didik lebih terlibat dan terfokus untuk memahami sepenuhnya tentang konsep investasi anuitas secara mendalam, sehingga tidak hanya sekedar menghafal rumus saja.

Selanjutnya, pembelajaran menjadi relevan dengan menyesuaikan materi dan pendekatan yang dibutuhkan berdasarkan gaya belajar masing-masing peserta didik. Untuk peserta didik yang kemampuannya di atas rata-rata diberikan pertanyaan menalar berbasis konteks dunia nyata. Untuk peserta didik yang kemampuannya di bawah rata-rata diberikan penguatan terbimbing dan latihan bertahap. Strategi ini menjamin bahwa setiap peserta didik dapat

mengaitkan konsep investasi anuitas dengan pengalaman pribadi mereka. Hal ini menjadikan pembelajaran lebih dapat diterapkan dengan nyaman.

Pada bagian akhir, disajikan informasi tentang relevansi nilai mata uang, simulasi interaktif, dan diskusi kelompok yang menyenangkan. Kegiatan ini tidak hanya meningkatkan kemampuan matematisnya, tetapi juga menumbuhkan kerja sama tim dan rasa percaya diri. Lingkungan yang menyenangkan dan penuh semangat mendorong peserta didik untuk berpartisipasi secara aktif dan mengeksplorasi investasi anuitas secara kreatif, sehingga membuat proses belajar menjadi lebih menarik dan penuh semangat.

Subbab D: Pinjaman Bunga Majemuk

Tabel 2.6 Pengalaman Belajar Materi Pinjaman Bunga Majemuk

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Mencoba Pinjaman bunga majemuk	Mengaplikasi	Menghubungkan konsep baru dengan pengetahuan sebelumnya.
Tahukah Kalian Informasi terkait simulasi investasi, kredit, atau pinjaman secara *online* atau mandiri.	Memahami	Menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya.



Ayo, Mencoba

Guru mengajak peserta didik untuk mencoba dan mengamati Tabel 2.5. Aktivitas ini bertujuan untuk membangun pemahaman konsep pinjaman bunga majemuk melalui konteks yang dekat dengan kehidupan sehari-hari, yakni kegiatan meminjam uang. Guru mengajak peserta didik untuk mencari solusi permasalahan mengenai Jihan yang meminjam uang sebesar Rp15.000.000,00. Guru dapat memulai dengan berbagi pengalaman menggunakan simulasi pinjaman *online*. Setelah itu, guru dapat mengenalkan peserta didik simulasi

investasi, kredit, atau pinjaman *online* dengan menggunakan perangkatnya masing-masing.

Selanjutnya, guru mengarahkan peserta didik untuk kembali fokus pada tujuan pembelajaran dengan mengerjakan ilustrasi pada Tabel 2.5. Guru membimbing dan mengarahkan peserta didik mengerjakan secara mandiri atau kelompok dan melengkapi tabel tersebut. Pastikan bahwa tabel terisi dengan lengkap dan benar. Aktivitas ini memberi ruang bagi pembelajaran yang mengajak peserta didik berpikir kritis atas konteks nyata. Jika memungkinkan, guru dapat mengajak dan meminta peserta didik untuk mencoba dengan nominal yang berbeda. Hal ini tentu sangat berpengaruh dan terasa semakin bermakna karena dibalut dalam kegiatan sehari-hari.

Pada bagian akhir, pastikan peserta didik dapat menentukan rumus besar bunga pinjaman. Kemudian, mengerjakan contoh soal yang berkaitan. Pada tahap ini, ajak peserta didik mengingat kembali materi pada kegiatan sebelumnya, yaitu investasi bunga majemuk. Minta mereka membandingkan tidak hanya rumusnya tetapi juga makna dan penerapannya dalam keidupan sehari-hari.

Pembelajaran Berdiferensiasi

Guru meminta peserta didik untuk mengidentifikasi permasalahan dengan jelas dan secara aktif pada kegiatan ini. Guru menerapkan diferensiasi konten dengan menyajikan permasalahan kontekstual berupa informasi terkait pinjaman yang menggunakan konsep bunga majemuk. Untuk mengakomodasi keberagaman cara belajar, guru menyediakan beragam akses konten: visualisasi Tabel 2.5, simulasi digital bagi peserta didik menyukai teknologi, serta diskusi kolaboratif bagi peserta didik interpersonal. Penyajian ini mendukung *mindful learning*, karena peserta didik diajak menyadari relevansi materi dengan situasi nyata dan lingkungan sekitarnya.

Sebagai hasil dalam penyelesaian permasalahan yang menunjukkan diferensiasi produk, peserta didik diberi ruang untuk menunjukkan pemahamannya melalui berbagai cara: presentasi lisan atau tulis, serta simulasi pengalaman menggunakan angka yang berbeda. Proses ini menghadirkan *joyful learning*, karena peserta didik belajar melalui pengalaman yang menyenangkan, eksploratif, dan penuh makna personal.

Subbab E: Pinjaman dengan Anuitas

Tabel 2.7 Pengalaman Belajar Materi Pinjaman dengan Anuitas

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Bereksplorasi Penerapan anuitas pada pinjaman	Memahami	Menghubungkan dengan konteks nyata dan/atau kehidupan sehari-hari.
Ayo, Mencoba Ilustrasi pinjaman sepeda motor dengan anuitas.	Mengaplikasi	Menghubungkan konsep baru dengan pengetahuan sebelumnya.
Ayo, Menggunakan Teknologi Penggunaan alat bantu hitung	Merefleksi	Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.
Ayo, Berpikir Kreatif Analisis grafik tabel rencana pelunasan	Menganalisis	Menerapkan strategi berpikir.
Ayo, Berkolaborasi Diskusi kelompok kecil untuk mendalami penerapan konsep pinjaman dengan anuitas dalam kehidupan sehari-hari.	Merefleksi	Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.
Ayo, Berpikir Kreatif Analisis masalah seseorang yang meminjam uang bank kemudian diminta untuk menentukan sisa pinjaman.	Menganalisis	Menerapkan strategi berpikir

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Menggunakan Teknologi Penggunaan aplikasi pengolah data (*Google Spreadsheet*).	Merefleksi	Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.
Proyek kelompok kecil untuk mendalami penerapan konsep pinjaman dengan cara berbagi peran sebagai nasabah dan pihak bank.		



Ayo, Bereksplorasi

Pada kegiatan ini peserta didik akan bereksplorasi lebih banyak daripada kegiatan sebelumnya, antara lain memahami definisi pinjaman anuitas, menentukan rencana pelunasan (*amortization schedule*), mencari besar angsuran pokok pada bulan ke-n, jumlah angsuran dan sisa pinjaman, menghitung pinjaman awal, serta menentukan besar anuitas. Hal ini diperlukan karena sangat berkaitan erat dengan penerapan dalam kehidupan peserta didik, serta mendorong pemahaman dan kemampuan koneksi matematis.

Kegiatan ini diawali dengan meminta peserta didik untuk mengingat kembali konsep investasi anuitas, kemudian membandingkan dengan konsep pinjaman pada anuitas. Guru memberikan stimulus dan mengajak peserta didik berpikir beberapa penerapan pinjaman yang menggunakan anuitas, misalnya pembayaran dengan kredit, pembayaran KPR (Kredit Perumahan Rakyat), dan asuransi pendidikan.

Ayo, Mencoba

Guru meminta peserta didik untuk mengidentifikasi permasalahan tentang pinjaman yang menggunakan konsep anuitas, dalam hal ini pinjaman untuk pembelian kredit motor. Kegiatan ini mengarahkan peserta didik terhadap permasalahan nyata di kehidupan sehari-hari, misalnya brosur tentang iklan motor yang menampilkan tabel rincian pinjaman dengan tenor atau waktu. Kemudian, stimulus mereka dengan konsep anuitas yang sedang dipelajari.

Setelah memberikan *brainstorming* tersebut, arahkan peserta didik untuk mengamati dan melengkapi Tabel 2.7. Melalui kegiatan ini, peserta didik tidak hanya belajar matematika secara formal, tetapi juga menghubungkannya dengan situasi nyata di kelas. Dengan demikian, konsep pinjaman dengan anuitas tidak hanya menjadi teori, tetapi juga menjadi alat berpikir dalam menyelesaikan masalah sehari-hari. Selanjutnya, guru mengarahkan kepada peserta didik untuk memahami definisi pinjaman dengan anuitas.

Ayo, Berpikir Kreatif

Guru meminta peserta didik untuk mengkaitkan semua informasi yang diperoleh pada aktivitas sebelumnya dan dilanjutkan dengan menganalisis grafik pada Gambar 2.5. Kemudian, peserta didik diminta menjawab pertanyaan yang tersedia. Jawaban pada kegiatan ini tidak harus selalu sama, biarkan kreativitas muncul dari peserta didik.

Ayo, Berkolaborasi

Setelah memahami konsep pinjaman dengan anuitas, guru memfasilitasi peserta didik dengan membuat kelompok. Hal ini bertujuan untuk menguatkan pemahaman peserta didik, sekaligus wujud pembelajaran yang menyenangkan. Guru meminta peserta didik untuk melengkapi Tabel 2.9. Kemudian, menjawab beberapa pertanyaan lanjutan. Pastikan peserta didik dapat menyimpulkan besar angsuran pada bulan ke-n (periode tertentu).

Kegiatan berkolaborasi lainnya adalah dengan membuat kelompok, di mana masing-masing anggota tersebut akan berbagi peran, yaitu peran sebagai pihak bank dan nasabah. Kegiatan berbagi peran ini diharapkan dapat memberikan pengalaman baru yang menyenangkan.



Ayo, Berpikir Kreatif

Pada kegiatan *Ayo, Berpikir Kreatif* bagian ini, lebih menekankan pada kemampuan koneksi matematis peserta didik, rumus pada contoh sebelumnya diharapkan menjadi pemantik bagi peserta didik untuk menjawab pertanyaan yang diminta. Dalam hal ini guru dapat memberikan pertanyaan lain sesuai konsep pinjaman anuitas, kemudian biarkan peserta didik mencari jawaban sesuai dengan apa yang dipahaminya. Pastikan konsep yang digunakan peserta didik benar. Kegiatan ini diharapkan dapat membuat peserta didik semakin antusias, penasaran, dan berpikir lebih objektif sesuai dengan kemampuan koneksi para peserta didik. Usahakan agar peserta didik tidak melihat subbahasan selanjutnya karena secara tidak langsung subbahasan selanjutnya merupaka solusi dari pertanyaan *Ayo, Berpikir Kreatif* ini.



Ayo, Menggunakan Teknologi

Guru dapat mengajak peserta didik belajar dengan teknologi dalam hal ini menggunakan Ms Excel atau Google Spreadsheets. Guru dapat memberikan pengalaman belajar dengan menggunakan alat peraga atau *software*. Pastikan masing-masing peserta didik memiliki perangkat, disarankan menggunakan laptop.

Berikan pengantar bahwa Google Spreadsheet merupakan salah satu alternatif dalam membantu peserta didik mencari solusi permasalahan. Selanjutnya, dengan berkolaborasi peserta didik diminta untuk membuat laporan kelompok.

Pembelajaran Berdiferensiasi

Pada kegiatan ini, banyak sekali hal yang dapat diterapkan guru dalam proses pembelajaran. Guru dapat membuat proyek, diskusi kelompok, dan simulasi peran. Guru meminta peserta didik untuk mengidentifikasi permasalahan dengan jelas dan secara aktif pada kegiatan ini. Guru menerapkan diferensiasi konten dengan menyajikan permasalahan kontekstual berupa pinjaman yang menggunakan konsep anuitas. Untuk mengakomodasi keberagaman cara belajar, guru menyediakan beragam akses konten: visualisasi, simulasi digital untuk yang menyukai teknologi, serta diskusi kolaboratif bagi peserta didik interpersonal. Penyajian ini mendukung *mindful learning*, karena peserta didik diajak menyadari relevansi materi dengan situasi nyata dan lingkungan sekitarnya.

Sebagai hasil dalam penyelesaian permasalahan yang menunjukkan diferensiasi produk, peserta didik diberi ruang untuk menunjukkan pemahamannya melalui berbagai cara: presentasi lisan atau tulis, serta simulasi pengalaman menggunakan angka yang berbeda. Proses ini menghadirkan *joyful learning*, karena peserta didik belajar melalui pengalaman yang menyenangkan, eksploratif, dan penuh makna personal.

Subbab F: Parameter Investasi dan Pinjaman

Tabel 2.8 Pengalaman Belajar Materi Parameter Investasi dan Pinjaman

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Berpikir Kritis Pengaruh parameter suku bunga dan periode pembayaran.	Mengaplikasikan	Mengembangkan pemahaman dengan eksplorasi lebih lanjut.

Ayo, Berpikir Kritis

Kegiatan tentang pengaruh parameter suku bunga dan periode pembayaran bertujuan untuk membantu peserta didik memahami bagaimana faktor-faktor seperti tingkat bunga, jangka waktu, dan jumlah pokok mempengaruhi hasil keuangan. Kegiatan dimulai dengan pengenalan

parameter. Dalam praktiknya, guru dapat mengarahkan secara mandiri maupun diskusi antarpeserta didik.

Peserta didik dihadapkan pada ilustrasi berupa grafik. Guru dapat memberikan bimbingan atau pengantar mengenai grafik tersebut. Namun, biarkan peserta didik mencari solusinya sendiri dengan menjawab beberapa pertanyaan yang tertera. Selain itu, guru dapat meminta peserta didik menggunakan kalkulator keuangan atau *software spreadsheet* untuk simulasi perubahan parameter atau biaya pinjaman.

Pastikan peserta didik dapat menyimpulkan tentang pengaruh parameter. Setelah itu, sesi presentasi dilakukan untuk melatih komunikasi dan berbagi wawasan. Diskusi reflektif menyoroti temuan menarik dan mengaitkannya dengan situasi nyata. Kegiatan diakhiri dengan tugas individu untuk merangkum pengaruh parameter dan menyusun strategi investasi atau pinjaman.

Pembelajaran Berdiferensiasi

Pada kegiatan ini banyak sekali hal yang bisa diterapkan guru dalam proses pembelajaran. Guru dapat membuat proyek, diskusi kelompok, dan simulasi peran. Guru meminta peserta didik untuk mengidentifikasi permasalahan dengan jelas dan secara aktif pada kegiatan ini. Guru menerapkan diferensiasi konten dengan menyajikan permasalahan kontekstual terkait parameter investasi dan pinjaman. Untuk mengakomodasi keberagaman cara belajar, guru menyediakan beragam akses konten: visualisasi, simulasi digital untuk yang menyukai teknologi, serta diskusi kolaboratif bagi peserta didik interpersonal. Penyajian ini mendukung *mindful learning*, karena peserta didik diajak menyadari relevansi materi dengan situasi nyata dan lingkungan sekitarnya.

Sebagai hasil dalam penyelesaian permasalahan yang menunjukkan diferensiasi produk, peserta didik diberi ruang untuk menunjukkan pemahamannya melalui berbagai cara: presentasi lisan atau tulis, serta simulasi pengalaman menggunakan angka yang berbeda. Proses ini menghadirkan *joyful learning*, karena peserta didik belajar melalui pengalaman yang menyenangkan, eksploratif, dan penuh makna personal.

G. Sumatif

Alternatif Sumatif 1

Proyek sumatif akhir pembelajaran ini berjudul "Raih Impianmu: Simulasi Perencanaan Keuangan dengan Investasi dan Pinjaman", dirancang dengan model *Project Based Learning* (PjBL) di mana peserta didik (individu atau kelompok) menyusun rencana keuangan komprehensif untuk mencapai tujuan finansial impian mereka, mengaplikasikan konsep bunga majemuk, anuitas, dan menganalisis pengaruh parameter. Secara sederhana, peserta didik akan memilih satu tujuan keuangan masa depan (misalnya, membeli mobil atau kuliah), lalu membuat rencana keuangan lengkap menggunakan perhitungan investasi (menabung) dan/atau pinjaman yang sudah dipelajari. Mereka akan menganalisis pilihan terbaik dan mempresentasikan hasilnya. Proyek ini dibuat agar peserta didik sadar akan dampak keputusan keuangan mereka, pembelajarannya bermakna karena terkait tujuan pribadi, dan prosesnya menyenangkan karena dapat berkreasi.

Tabel 2.9 Contoh Kisi-Kisi Penilaian Proyek

No.	Tujuan Pembelajaran	Indikator	Teknik
1.	Mengaplikasikan konsep bunga majemuk dan anuitas dalam konteks investasi dan pinjaman untuk mencapai tujuan finansial.	1.1. Mengidentifikasi dan menggunakan rumus bunga majemuk dan anuitas (investasi dan pinjaman) dengan tepat. 1.2. Melakukan perhitungan finansial (proyeksi investasi, angsuran pinjaman, dan total bunga) dengan akurat dan konsisten.	Penilaian produk proyek (laporan dan *spreadsheet*).
2.	Menganalisis pengaruh parameter (suku bunga, jangka waktu, jumlah pokok/ angsuran) terhadap hasil investasi dan pinjaman.	2.1. Menganalisis dampak perubahan satu atau lebih parameter terhadap hasil investasi atau biaya pinjaman. 2.2 Membandingkan berbagai skenario finansial secara komprehensif.	Penilaian produk proyek (laporan) penilaian presentasi.

No.	Tujuan Pembelajaran	Indikator	Teknik
3.	Mengembangkan keterampilan berpikir kritis, pemecahan masalah, dan pengambilan keputusan finansial.	3.1 Memberikan justifikasi yang logis dan didukung data untuk setiap keputusan atau rekomendasi finansial. 3.2. Menunjukkan refleksi tentang implikasi jangka panjang dari keputusan finansial dan pemahaman akan risiko serta tanggung jawab. 3.3. Mengidentifikasi masalah keuangan dan menawarkan solusi yang relevan.	Penilaian produk proyek (laporan), penilaian presentasi, dan observasi selama proyek.
4.	Mempresentasikan rencana keuangan secara sistematis dan persuasif.	4.1. Menyajikan rencana keuangan secara terorganisir, jelas, dan mudah dipahami. 4.2. Menggunakan media visual (tabel atau grafik) secara efektif untuk mendukung presentasi. 4.3. Menunjukkan kreativitas dan orisinalitas dalam penyajian produk proyek. 4.4. Menjelaskan relevansi proyek dengan kehidupan nyata.	

Tabel 2.10 Contoh Rubrik Penilaian Proyek

Kriteria	Skor 4 (Sangat Baik)	Skor 3 (Baik)	Skor 2 (Cukup)	Skor 1 (Kurang)
Pemahaman Konsep (Matematika Finansial)	Menunjukkan pemahaman yang sangat mendalam dan akurat dalam mengaplikasikan seluruh konsep (bunga majemuk, anuitas investasi dan pinjaman, serta pengaruh parameter) secara tepat.	Menunjukkan pemahaman yang baik dalam mengaplikasikan sebagian besar konsep dengan sedikit kesalahan kecil.	Menunjukkan pemahaman dasar beberapa konsep, namun terdapat beberapa kesalahan atau miskonsepsi.	Pemahaman konsep sangat terbatas dan banyak kesalahan dalam aplikasi rumus.

Kriteria	Skor 4 (Sangat Baik)	Skor 3 (Baik)	Skor 2 (Cukup)	Skor 1 (Kurang)
Akurasi Perhitungan	Semua perhitungan finansial (proyeksi investasi, angsuran pinjaman, dan lainnya) sangat akurat, konsisten, dan disajikan dengan jelas (misal menggunakan *spreadsheet* yang rapi).	Sebagian besar perhitungan akurat, mungkin ada satu atau dua kesalahan minor yang tidak signifikan.	Beberapa perhitungan akurat, namun ada beberapa kesalahan yang mempengaruhi hasil akhir secara moderat.	Banyak kesalahan perhitungan yang signifikan atau perhitungan tidak lengkap dan tidak dapat diandalkan.
Analisis dan Berpikir Kritis	Melakukan analisis yang sangat mendalam terhadap berbagai skenario, secara komprehensif menguraikan pengaruh parameter, dan memberikan justifikasi atau rekomendasi yang logis, rasional, dan didukung data.	Melakukan analisis yang baik terhadap sebagian besar skenario, dapat mengidentifikasi pengaruh parameter, dan memberikan justifikasi yang cukup logis.	Analisis cenderung dangkal, hanya mengidentifikasi beberapa pengaruh parameter, dan justifikasi kurang kuat atau tidak selalu didukung data.	Tidak ada analisis yang jelas, hanya menyajikan perhitungan tanpa perbandingan atau justifikasi, atau analisisnya salah.
Koneksi dengan Kehidupan Nyata (*Meaningful*)	Tujuan finansial sangat relevan dan personal, serta menunjukkan pemahaman yang kuat tentang bagaimana konsep keuangan diaplikasikan secara praktis dalam kehidupan nyata.	Tujuan finansial relevan dan cukup personal, serta menunjukkan pemahaman aplikasi praktis konsep dalam sebagian besar aspek.	Tujuan finansial relevan, namun koneksi aplikasi praktis konsep kurang mendalam atau kurang terperinci.	Tujuan finansial kurang relevan atau tidak menunjukkan koneksi yang jelas dengan aplikasi praktis konsep keuangan.

Kriteria	Skor 4 (Sangat Baik)	Skor 3 (Baik)	Skor 2 (Cukup)	Skor 1 (Kurang)
Refleksi dan Kesadaran (*Mindful*)	Menyertakan refleksi yang mendalam tentang implikasi jangka panjang keputusan finansial, risiko, dan pentingnya tanggung jawab dalam perencanaan.	Menyertakan refleksi yang cukup baik tentang implikasi beberapa keputusan finansial dan tanggung jawab.	Refleksi terbatas, hanya menyentuh permukaan implikasi keputusan finansial.	Tidak ada atau sangat minim refleksi tentang implikasi dan tanggung jawab finansial.
Kreativitas dan Presentasi (*joyful*)	Laporan atau presentasi sangat menarik, kreatif, terorganisir dengan sangat baik, dan disajikan dengan sangat jelas dan persuasif. Semua data visual (grafik atau tabel) sangat efektif.	Laporan atau presentasi menarik, terorganisir dengan baik, dan disajikan dengan jelas. Sebagian besar data visual efektif.	Laporan atau presentasi cukup terorganisir dan jelas, namun kurang menarik atau kurang kreatif. Beberapa data visual kurang efektif.	Laporan atau presentasi tidak terorganisir, sulit dipahami, kurang menarik atau data visual tidak ada atau tidak efektif.

Keterangan

Skor Maksimal: 6 aspek × 4 = 24

Kriteria Ketuntasan

Skor 21–24 : Tuntas Sangat Baik

Skor 17–20 : Tuntas Minimum

Skor ≤16 : Belum Tuntas (Remedial)

Alternatif Sumatif 2

Peserta didik membuat simulasi atau bermain peran, melakukan eksperimen nyata dengan terjun langsung ke kehidupan nyata dengan berkunjung ke bank atau membuat studi kasus terstruktur, mencatat hasilnya, dan membandingkan hasil eksperimen dengan kemungkinan teoritis. Grafik, tabel, dan penjelasan naratif singkat digunakan untuk memberikan laporan temuan

yang menggambarkan seberapa baik hasil eksperimen sesuai dengan teori. Strategi ini penting karena mengajarkan peserta didik untuk berpikir kritis dengan berfokus pada hubungan antara kejadian dan membuat keputusan berdasarkan. Mereka juga mengaitkan ide matematika dengan tugas autentik yang mereka rancang sendiri.

Guru dapat memberikan penugasan kontekstual yang menantang peserta didik untuk menerapkan konsep investasi dan pinjaman dalam kehidupan nyata. Penugasan ini dirancang tidak hanya untuk mengukur penguasaan konsep matematika seperti investasi dan pinjaman pada bunga majemuk dan anuitas, tetapi juga untuk menumbuhkan keterampilan berpikir kritis, kreatif, serta kemampuan komunikasi matematis peserta didik. Bentuk penugasan bisa menggunakan buku siswa yang tersedia atau kreativitas dari guru masing-masing, yang terpenting guru dapat mengukur kemampuan matematis individu peserta didik. Misalnya dengan mengembangkan lembar kerja peserta didik (LKPD tertulis) yang berkaitan dengan materi investasi dan pinjaman.

Hasil peserta didik dapat ditampilkan sebagai presentasi interaktif atau pameran kelas mini untuk menyediakan lingkungan belajar yang menyenangkan (*joyful*). Setiap kelompok mendemonstrasikan simulasi mereka sambil mengajarkan konsep investasi dan pinjaman kepada teman sekelas mereka. Peserta didik memiliki kebebasan untuk mengekspresikan diri secara kreatif melalui desain permainan, teknik presentasi, dan penggunaan media visual. Melalui asesmen sumatif ini, peserta didik tidak hanya menunjukkan pemahaman kognitif mereka, tetapi juga keterampilan kolaborasi, komunikasi, dan inovasi.

Tabel 2.11 Contoh Pedoman Penilaian

No.	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan
1.	Keterselesaian buku siswa	A^-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik.
		B^+	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori sedang dan mampu menyelesaikannya dengan baik.

No.	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan
2.	Portofolio: a. Uji Kompetensi b. Soal dari tempat lain c. LKPD tertulis	B	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori mudah dan mampu menyelesaikannya dengan baik.
		B^-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori sangat sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik.
		B , B^-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik.
		B^+, B, B^-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori sedang dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik.
		A^-, B^+, B, B^-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori mudah dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik.
	Proyek simulasi, bermain peran, atau kunjungan langsung	A	Bila proyek terselesaikan dan manpu mempresentasikan dengan naik.
		A^-, B^+, B	Bila ada bagian dari proyek yang tidak terselesaikan atau kurang mampu mempresentasikan.
		B^-	Bila proyek tidak terselesaikan sama sekali.

Keterangan:

- Nilai Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM) = B^-
- Aspek penilaian nomor 1 adalah syarat nilai yang harus terpenuhi, sedangkan aspek penilaian nomor 2 adalah penambahan nilai.

Contoh LKPD tertulis:

1. Konsep Bunga Majemuk

   Soal: Ibu Rina menginvestasikan dana sebesar Rp25.000.000,00 di suatu bank yang menawarkan bunga majemuk 7% per tahun. Hitunglah total nilai investasi Ibu Rina setelah 4 tahun, jika bunga digabungkan:

   a. setiap tahun, dan

   b. setiap semester (setiap bulan).

2. Nilai Masa Depan (Investasi Anuitas)

   Soal: Rio berencana menabung rutin sebesar Rp750.000,00 setiap bulan ke dalam rekening dana pendidikannya. Bank memberikan bunga 4% per

tahun yang dikomposisikan bulanan. Berapakah total dana yang akan terkumpul di rekening Rio pada akhir tahun ke-5?

3. Tabel Pelunasan (Pinjaman Anuitas)

   Soal: Suatu perusahaan mengambil pinjaman modal kerja sebesar Rp100.000.000,00 dengan suku bunga 9% per tahun dan akan dilunasi dalam waktu 3 tahun dengan angsuran tetap bulanan.

   a. Hitunglah besar angsuran bulanan yang harus dibayar perusahaan.
   b. Buatlah tiga baris pertama dari tabel pelunasan (amortisasi) pinjaman tersebut, yang mencakup kolom periode, angsuran pokok, total angsuran, dan sisa pokok pinjaman.

LKPD tertulis berupa soal studi kasus:

Studi kasus bertujuan untuk mengukur kemampuan peserta didik dalam menerapkan konsep investasi dan pinjaman dalam skenario kompleks di dunia nyata, serta mengembangkan keterampilan analisis dan pengambilan keputusan finansial.

Contoh studi kasus:

1. Studi Kasus 1: Perencanaan Keuangan Jangka Panjang (Investasi dan Pengaruh Parameter)

   Skenario: Pak Andi (30 tahun) bermimpi untuk membeli rumah idaman seharga Rp800.000.000,00 dalam waktu 15 tahun ke depan. Ia berencana untuk menabung secara rutin setiap bulan. Ia mendapatkan informasi dari dua platform investasi.

   - Platform A menawarkan rata-rata keuntungan 8% per tahun (dikomposisikan bulanan).
   - Platform B menawarkan rata-rata keuntungan 9% per tahun (dikomposisikan bulanan), namun memiliki biaya pengelolaan bulanan sebesar Rp50.000,00.

   Tugas:

   a. Hitunglah setoran bulanan yang harus Pak Andi lakukan untuk mencapai target dananya di masing-masing platform.
   b. Bandingkan kedua opsi tersebut, mana yang lebih efisien dari segi setoran bulanan dan total dana yang terkumpul?
   c. Bagaimana jika Pak Andi menunda investasinya 3 tahun? Hitung kembali setoran bulanan yang dibutuhkan di platform A. Jelaskan pengaruh penundaan ini terhadap beban setoran bulanan Pak Andi.

d. Sebagai perencana keuangan, rekomendasikan investasi mana yang akan Anda berikan kepada Pak Andi? Jelaskan alasannya secara rinci.

2. Studi Kasus 2: Simulasi Pinjaman (Pemilihan Opsi Kredit)

   Skenario: Keluarga Pak Budi ingin membeli suatu mobil baru seharga Rp250.000.000,00. Mereka memiliki uang muka Rp50.000.000,00 dan berencana mengajukan pinjaman sisanya. Mereka mendapatkan tiga penawaran kredit dari bank yang berbeda.

   - Bank Jaya: bunga 7% pertahun (efektif) dan tenor 5 tahun.
   - Bank Sejahtera: bunga 8% per tahun (efektif) dan tenor 4 tahun.
   - Bank Makmur: bunga 6,5% per tahun dan tenor 6 tahun.

   Diasumsikan perhitungan bunga dan pembayaran angsuran dilakukan secara bulanan. Penghasilan bersih bulanan keluarga Pak Budi adalah Rp15.000.000,00 dan mereka tidak ingin cicilan mobil melebihi 25% dari penghasilan bersih bulanan mereka.

   Tugas:

   a. Hitunglah jumlah pinjaman pokok yang diperlukan keluarga Pak Budi.
   b. Hitunglah besar angsuran bulanan untuk setiap opsi bank.
   c. Hitunglah total bunga yang harus dibayar untuk setiap opsi.
   d. Rekomendasikan opsi pinjaman terbaik untuk keluarga Pak Budi dengan mempertimbangkan beban cicilan bulanan, total biaya pinjaman (termasuk bunga), dan kemampuan finansial mereka. Jelaskan alasan di balik rekomendasimu secara komprehensif.

H. Kunci Jawaban

Latihan 2.1

1. Diketahui Andi menyimpan uang sejumlah Rp5.000.000,00 di bank yang menawarkan bunga majemuk sebesar 6% setiap tahun dengan pembayaran setiap bulan.

   Akan ditentukan total nilai uang Andi setelah 1 tahun.

Alternatif penyelesaian:

Untuk menghitung bunga majemuk setelah 1 tahun, perlu menggunakan rumus bunga majemuk.

$$M_n = M \times \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{n \times t}$$

$$= 5.000.000 \times \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12 \times 1}$$

$$= 5.000.000 \times (1 + 0,005)^{12}$$

$$= 5.000.000 \times (1,005)^{12}$$

$$= 5.000.000 \times (1,061678)$$

$$= 5.308.390,24$$

Jadi, nilai akhir uang Andi sebesar Rp5.308.390,24.

2. Diketahui M = Rp5.000.000,00, p = 15% = 0,15 per tahun, dan n = 3 tahun.

   Akan ditentukan modal akhir setelah 3 tahun.

   Alternatif penyelesaian:

   Untuk menentukan nilai akhir modal setelah 3 tahun, dapat digunakan rumus sebagai berikut.

   $$M_n = M \times (1+ p)^n$$

   Dengan M_n = modal akhir atau simpanan akhir.

   $$M_n = M \times (1+ p)^n$$

   $$= 5.000.000,00 \times (1+ 0,15)^3$$

   $$= 5.000.000,00 \times (1,15)^3$$

   $$= 5.000.000,00 \times (1,520875)$$

   $$M_n = 7.604.375$$

   Jadi, nilai akhir modal yang akan didapatkan setelah 3 tahun adalah Rp7.604.375,00.

3. Berdasarkan informasi di atas, tidak diketahui nilai pasti bunga deposito setiap bank di wilayah tersebut. Sementara itu, pada soal diminta menentukan nilai bunga deposito per bulan dari kisaran bunga deposito

5%–7% per tahun secara benar. Dengan demikian, cara menentukan nilai bunga deposito per bulan tersebut yaitu dengan cara membagi bunga deposito 5%–7% per tahun, ke dalam bentuk nilai pasti 5%, 6%, dan 7%. Kemudian, dihitung dengan formula berikut.

$$\frac{Bunga\ deposito\ pertahun}{12\ Bulan}$$

Bunga deposito 5% per tahun	Bunga deposito 6% per tahun	Bunga deposito 7% per tahun
Bunga deposito/bulan: $\frac{5\%}{12} = 0{,}416\%$	Bunga deposito/bulan: $\frac{6\%}{12} = 0{,}5\%$	Bunga deposito/bulan: $\frac{7\%}{12} = 0{,}58\%$

Berdasarkan hasil perhitungan bunga deposito per bulan, dapat ditentukan pernyataan mana saja yang benar dari tabel yang dipertanyakan di soal. Dengan demikian, didapat hasil sebagai berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
Bunga deposito sebesar 5% per bulan.		✓
Bunga deposito sebesar 1% per bulan.		✓
Bunga deposito sebesar 0,4% per bulan.	✓	

4. Untuk mengetahui total uang yang dimiliki Maya saat ini, dapat diselesaikan dengan rumus berikut.

$$F_V = P_V(1 + i)^{(n)}$$

Diketahui:

- F_V : nilai masa depan atau jumlah akhir
- P_V : Rp25.000.000,00
- i : 5% per tahun = 0,05 per bulan
- n : 10 tahun

Dengan demikian, dapat dihitung nilai akhir berikut.

$$\begin{aligned} F_V &= P_V(1 + i)^{(n)} \\ &= 25.000.000(1 + 0{,}05)^{(10)} \\ &= 25.000.000(1{,}05)^{(10)} \end{aligned}$$

$$= 25.000.000(1{,}6288946268)$$

$$F_V = 40.722.365{,}67$$

Jadi, total uang yang dimiliki Maya saat ini sebesar Rp40.722.365,67.

5. Untuk menentukan banyak uang yang disetorkan oleh Ahmad mula-mula, dapat diselesaikan dengan cara sebagai berikut.

$$F_V = P_V(1 + i)^{(n)}$$

Diketahui:

- F_V : Rp26.764.500,00
- P_V : banyak uang Ahmad awal-awal
- i : 5% per tahun = 0,05 per bulan
- n : 5 tahun

Dengan demikian, dapat dihitung nilai akhir seperti berikut.

$$F_V = P_V(1 + i)^{(n)}$$

$$26.764.500{,}0 = P_V(1+ 0{,}05)^{(5)}$$

$$26.764.500{,}00 = P_V(1{,}05)^{(5)}$$

$$26.764.500{,}00 = P_V(1{,}2762815625)$$

$$P_V = \frac{26.764.500{,}00}{1{,}2762815625}$$

$$P_V = 20.970.686{,}082445$$

$$P_V \approx 20.000.000$$

Jadi, banyak uang yang disetorkan Ahmad mula-mula sebesar Rp20.000.000,00.

6. Untuk menghitung nilai rumah apabila suku bunga majemuk 5% setiap enam bulan diperhitungkan, dapat menggunakan rumus sebagai berikut.

$$F_V = P_V(1 + i)^{(n)}$$

Diketahui:

- F_V : nilai masa depan atau jumlah akhir
- P_V : Rp120.000.000,00
- i : 5% per enam bulan = 0,05 per enam bulan
- n : 2 tahun (4 semester) = 4

Dengan demikian, dapat dihitung nilai akhir berikut.

$$F_V = P_V(1 + i)^{(n)}$$
$$= 120.000.000(1 + 0{,}05)^{(4)}$$
$$= 120.000.000(1{,}05)^{(4)}$$
$$= 120.000.000(1{,}21550625)$$
$$F_V = 145.860.750$$

Dengan demikian, nilai rumah tersebut jika diperhitungkan dengan suku bunga majemuk 5% setiap enam bulan yakni sebagai berikut.

$$N_A = M + F_V$$

Dengan keterangan:

- N_A : nilai akhir
- M : pembayaran rumah di awal
- F_V : jumlah akhir

Nilai akhir dapat ditentukan sebagai berikut.

$$N_A = M + F_V$$
$$= 500.000.000 + 145.860.750$$
$$N_A = 645.860.750$$

Jadi, jika nilai rumah tersebut diperhitungkan dengan suku bunga majemuk setiap enam bulan dengan asumsi pembayaran rumah di awal dihitung, maka nilai tersebut adalah Rp645.860.750,00.

Latihan 2.2

1. Diketahui:

   M = Rp12.000.000,00

   n = 6 bulan

   p = 8% per tahun = 0,08 per tahun

   a. Angsuran pokok per bulan dihitung sebagai berikut.

      Karena pokok tetap dibayar selama 6 bulan, maka didapat

      Angsuran pokok per bulan = $\frac{12.000.000}{6}$ = Rp2.000.000,00

b. Bunga bulan ke-3 dihitung sebagai berikut.

Pada bulan ke-3, sisa utang pokok sebesar 12.000.000 – (2 × 2.000.000) = Rp8.000.000,00.

Bunga dihitung dari sisa pokok dengan suku bunga per bulan.

$$\text{Bunga per bulan} = \frac{8\%}{12} = 0{,}6667\%$$

Bunga bulan ke-3 = 0,6667% × 8.000.000 = 0,06667 × 8.000.000 = Rp53.336,00

c. Total bunga keseluruhan dihitung sebagai berikut.

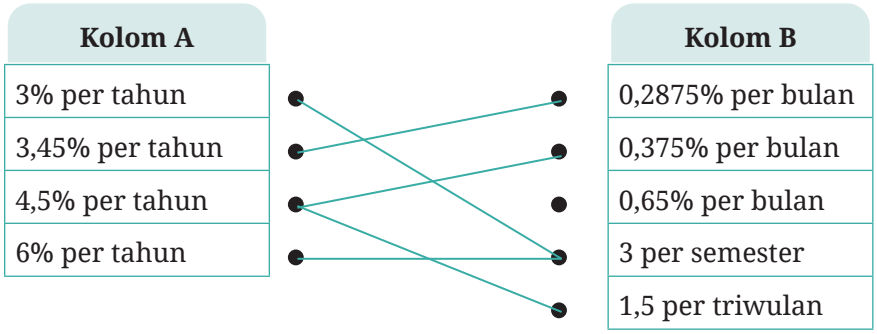
Bunga setiap bulan dihitung dari sisa pinjaman yang menurun.

Bulan	Sisa Pokok	Bunga (0,6667%)
1	Rp12.000.000.00	Rp80.004,00
2	Rp10.000.000,00	Rp66.670,00
3	Rp8.000.000,00	Rp53.336,00
4	Rp6.000.000,00	Rp40.002,00
5	Rp4.000.000,00	Rp26.668,00
6	Rp2.000.000,00	Rp13.334,00

Total bunga selama 6 bulan dihitung sebagai berikut.

80.004 + 66.670 + 53.336 + 40.002 + 26.668 + 13.334 = Rp280.014,00

2. *Alternatif penyelesaian:*



3. *Alternatif penyelesaian:*

Pernyataan	Benar	Salah
Uang muka untuk proyek pilihan X adalah Rp60.000.000,00	✓	
Semakin lama tenor yang dipilih, semakin kecil anuitasnya.		✓
Besar anuitas cicilan promo X lebih kecil dari promo Y.	✓	
Besar anuitas cicilan promo Y lebih besar dari promo Z.		✓
Anuitas Z yang paling kecil di antara yang lain.		✓

4. *Alternatif penyelesaian:*

Pertama-tama, tentukan nilai 30% pendapatan ibu per bulan sebagai asumsi standar dalam memilih pertimbangan cicilan perbulan, yakni sebagai berikut.

Pertimbangan cicilan per bulan = 30% × pendapatan ibu per bulan

= 30% × 10.000.000

Pertimbangan cicilan per bulan = Rp3.000.000,00

Kedua, diketahui bahwa ibu ingin membeli rumah yang ditawarkan dari proyek pilihan Y. Dengan demikian, dapat ditentukan KPR dengan pertimbangan cicilan tidak melebihi 30% dari pendapatan per bulan ibu, yaitu dengan perhitungan angsuran anuitas sebagai berikut.

$$A = M \times \frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Diketahui:

- A : anuitas (KPR)
- M : Rp300.000.000,00 (Sebab, adanya uang muka sebesar 25% dari pembelian rumah proyek pilihan Y)
- i :
  - $\frac{4{,}5\%}{12 \text{ bulan}}$ = 0,375% (suku bunga minimum tenor 15 tahun)
  - $\frac{6\%}{12 \text{ bulan}}$ = 0,5% (suku bunga minimum tenor 12 tahun)

- n :
  - Untuk minimun tenor 15 tahun = 15 × 12 = 180 bulan
  - Untuk minimun tenor 12 tahun = 12 × 12 = 144 bulan

Ketiga, masukkan nilai-nilai tersebut ke dalam rumus untuk menentukan KPR mana yang sesuai dengan pertimbangan cicilan tidak melebihi 30% dari pendapatan per bulan ibu.

Perhitungan KPR dengan suku bunga minimun tenor 15 tahun:

$$KPR = M \times \frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$= \text{Rp}300.000.000{,}0 \times \frac{0{,}375\%(1 + 0{,}375\%)^{180}}{(1 + 0{,}375\%)^{180} - 1}$$

$$= \text{Rp}300.000.000{,}00 \times \frac{0{,}00375(1 + 0{,}00375)^{180}}{(1 + 0{,}00375)^{180} - 1}$$

$$= \text{Rp}300.000.000{,}00 \times \frac{0{,}00375 \cdot 1{,}935}{1{,}935 - 1}$$

$$= \text{Rp}300.000.000{,}00 \times \frac{0{,}00375 \cdot 1{,}935}{0{,}935}$$

$$= \text{Rp}300.000.000{,}00 \times 0{,}00776$$

$$KPR = \text{Rp}2.328.000{,}00$$

Perhitungan KPR dengan suku bunga minimun tenor 12 tahun:

$$KPR = M \times \frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$= \text{Rp}300.000.000{,}00 \times \frac{0{,}5\%(1 + 0{,}5\%)^{144}}{(1 + 0{,}5\%)^{144} - 1}$$

$$= \text{Rp}300.000.000{,}00 \times \frac{0{,}005(1 + 0{,}005)^{144}}{(1 + 0{,}005)^{144} - 1}$$

$$= \text{Rp}300.000.000{,}00 \times \frac{0{,}005 \cdot 2{,}007}{2{,}007 - 1}$$

$$= \text{Rp}300.000.000{,}00 \times \frac{0{,}00375 \cdot 2{,}007}{1{,}007}$$

$$= \text{Rp}300.000.000{,}00 \times 0{,}00996$$

$$KPR = \text{Rp}2.998.000{,}00$$

Berdasarkan kedua perhitungan yang telah disajikan, maka dapat diambil kesimpulan bahwa kedua KPR dari masing-masing tenor dengan nilai

minimum 15 tahun dan 12 tahun serta bunga tiap tenor berbeda, layak untuk dipertimbangkan. Hal ini disebabkan nilai KPR tidak melebihi 30% (Rp3.000.000,00) dari penghasilan ibu. Akan tetapi, pilihan bijak yang seharusnya dipilih oleh ibu adalah mengambil KPR pada proyek pilihan Y dengan suku bunga 4,5% per tahun dan nilai minimum tenor 15 tahun.

5. *Alternatif penyelesaian:*

Mencari selisih total pembayaran dari memilih tenor 12 tahun dan 15 tahun atas seseorang yang hendak membeli KPR dan mengambil promo X. Pertama-tama, harus ditentukan nilai masing-masing KPR atas tenor 12 tahun dan 15 tahun dari rumus angsuran anuitas berikut.

$$A = M \times \frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Diketahui:

- A : anuitas (KPR)
- M : Rp140.000.000,00 (Sebab, adanya uang muka sebesar 30% dari pembelian rumah proyek pilihan X)
- i : - $\frac{3\%}{12 \text{ bulan}}$ = 0,25% (suku bunga minimum tenor 12 tahun)

  $\frac{3{,}45\%}{12 \text{ bulan}}$ = 0,2875% (suku bunga minimum tenor 15 tahun)
- n : - Untuk minimum tenor 12 tahun = 12 × 12 = 144 bulan
  - Untuk minimun tenor 15 tahun = 15 × 12 = 180 bulan

Langkah berikutnya, masukkan nilai-nilai tersebut ke dalam rumus untuk menentukan KPR masing-masing.

Perhitungan KPR dengan suku bunga minimun tenor 12 tahun:

$$\begin{aligned} KPR &= M \times \frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \\ &= \text{Rp140.000.000,00} \times \frac{0{,}25\%(1 + 0{,}25\%)^{144}}{(1 + 0{,}275\%)^{144} - 1} \\ &= \text{Rp140.000.000,00} \times \frac{0{,}0025(1 + 0{,}0025)^{144}}{(1 + 0{,}0025)^{144} - 1} \\ &= \text{Rp140.000.000,00} \times \frac{0{,}0025 \cdot 1{,}419}{1{,}419 - 1} \end{aligned}$$

$$= \text{Rp}140.000.000{,}00 \times \frac{0{,}0025 \cdot 1{,}419}{0{,}419}$$

$$= \text{Rp}140.000.000{,}00 \times 0{,}008471$$

$$KPR = \text{Rp}1.185.940{,}00$$

Perhitungan KPR dengan suku bunga minimun tenor 15 tahun:

$$KPR = M \times \frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$= \text{Rp}140.000.000{,}00 \times \frac{0{,}2875\%(1 + 0{,}2875\%)^{180}}{(1 + 0{,}2875\%)^{180} - 1}$$

$$= \text{Rp}140.000.000{,}00 \times \frac{0{,}002875\%(1 + 0{,}002875\%)^{180}}{(1 + 0{,}002875\%)^{180} - 1}$$

$$= \text{Rp}140.000.000{,}00 \times \frac{0{,}002875 \cdot 1{,}661}{1{,}661 - 1}$$

$$= \text{Rp}140.000.000{,}00 \times \frac{0{,}002875 \cdot 1{,}661}{0{,}661}$$

$$= \text{Rp}140.000.000{,}00 \times 0{,}007224$$

$$KPR = \text{Rp}1.011.360{,}00$$

Dengan demikian, selisih total KPR dengan suku bunga minimum tenor 12 tahun dengan 15 tahun adalah sebagai berikut.

Selisih KPR = KPR 12 Tahun – KPR 15 Tahun

Selisih KPR = 1.185.940 – 1.011.360

Selisih KPR = Rp174.580,00

Latihan 2.3

1. Diketahui M = Rp10.000.000,00, i = 2% per tahun, dan n = 24 bulan. Berapakah nilai akhir pengembalian pinjaman tersebut?

   Alternatif penyelesaian:

   Asumsikan bunga majemuk tahunan (*compound annually*). Karena tingkat bunga diberikan per tahun, maka 24 bulan = 2 tahun.

   Rumus:

   $FV = PV \times (1 + i)^n$

   $= 10.000.000 \times (1 + 0{,}02)^2$

= 10.000.000 × 1,0404

= 10.404.000,00

Jadi, nilai akhir pengembalian pinjaman adalah Rp10.404.000,00.

2. Diketahui M = Rp40.000.000,00, i = 3% per tahun, dan n = 4 tahun.

Alternatif Penyelesaian:

Berikut perhitungan tiap tahun.

- Tahun ke-0 : 40.000.000
- Tahun ke-1 : 40.000.000 × 1,03 = 41.200.000
- Tahun ke-2 : 40.000.000 × $(1{,}03)^2$ = 42.436.000
- Tahun ke-3 : 40.000.000 × $(1{,}03)^3$ = 43.709.080
- Tahun ke-4 : 40.000.000 × $(1{,}03)^4$ = 45.020.352

Grafik



3. Diketahui M = Rp50.000.000,00

Koperasi A memberikan suku bunga sebesar 3% per tahun selama 6 tahun.

Koperasi B memberikan suku bunga sebesar 2% per tahun selama 4 tahun.

Alternatif penyelesaian:

Dengan menggunakan konsep bunga majemuk didapat nilai akhir masing-masing koperasi seperti berikut.

Tahun ke-	Koperasi A (3%)	Koperasi B (2%)
0	Rp50.000.000,00	Rp50.000.000,00
1	Rp51.500.000,00	Rp51.000.000,00
2	Rp53.045.000,00	Rp52.020.000,00
3	Rp54.636.350,00	Rp53.060.400,00
4	Rp56.275.440,00	Rp54.122.608,00
5	Rp57.963.704,00	Rp55.205.060,00
6	**Rp59.702.615,00**	**Rp56.308.121,00**

Berdasarkan tabel terlihat jelas bahwa keuntungan di Koperasi A selalu lebih tinggi tiap tahunnya dibanding Koperasi B.

4. Diketahui M = Rp100.000.000,00.

Modal pada tempat pertama memiliki suku bunga 2,5% per tahun dengan periode 5 tahun.

Modal pada tempat kedua memiliki suku bunga 3% per tahun dengan periode 4 tahun.

Alternatif penyelesaian:

Tahun ke-	Tempat I (2,5% / 5 tahun)	Tempat II (3% / 4 tahun)
0	Rp100.000.000,00	Rp100.000.000,00
1	Rp102.500.000,00	Rp103.000.000,00
2	Rp105.062.500,00	Rp106.090.000,00
3	Rp107.689.063,00	Rp109.272.700,00
4	Rp110.381.290,00	**Rp112.550.881,00** (akhir)
5	**Rp113.140.821,00** (akhir)	–

Berdasarkan tabel, maka dapat disimpulkan sebagai berikut.

- Tempat II menghasilkan nilai akhir Rp112.550.881,00 setelah 4 tahun.
- Tempat I menghasilkan nilai akhir Rp113.140.821,00 setelah 5 tahun.

Jadi, secara total tempat I lebih menguntungkan karena hasil akhirnya lebih besar sekitar Rp589.940,00.

5. *Alternatif penyelesaian:*

Pernyataan	Benar	Salah
Nilai akhir yang didapat sebesar Rp54.697.781,25 jika suku bunga 5% per tahun dengan periode selama 4 tahun.	✓	
Nilai akhir yang didapat sebesar Rp59.895.000,00 jika suku bunga 10% per tahun dengan periode selama 3 tahun.	✓	
Nilai akhir yang didapat lebih besar jika suku bunga 5% selama 4 tahun dibanding suku bunga 10 % selama 3 tahun.		✓

Kunci Jawaban Uji Kompetensi Bab 2

1. Untuk menyelesaikan persoalan kali ini, dapat menggunakan rumus bunga majemuk sebagai berikut.

$$M_n = M \times (1 + i)^n$$

Diketahui:

- M_n : Rp44.160.000,00
- M : simpanan awal
- i : 2%
- n : $\frac{\text{(lama menabung (bulan))}}{3} = \frac{15 \text{ bulan}}{3} = 5$ triwulan

Langkah berikutnya, masukkan nilai-nilai tersebut ke dalam rumus untuk menentukan nilai simpanan awal, yakni sebagai berikut.

$$M_n = M \times (1 + i)^n$$

$$44.160.000 = M \times (1+2\%)^5$$

$$M = \frac{44.160.000}{(1 + 2\%)^5}$$

$$M = \frac{44.160.000}{1{,}104}$$

$$M = 40.000.000$$

Jadi, jawabannya adalah (E) Rp40.000.000,00.

2. Total bunga yang diterima Pak Subekti dari Tabungan awal dapat ditentukan melalui $\left[\frac{M_n - M}{M} \times 100\%\right]$.

   Di mana:

   - M_n : Rp44.160.000,00
   - M : Rp40.000.000,00

   Dengan demikian, total bunga yang diterima Pak Subekti adalah sebagai berikut.

   - $\frac{M_n - M}{M} \times 100\%$
   - $= \frac{(44.160.000 - 40.000.000)}{40.000.000} \times 100\%$
   - $= \frac{4.160.000}{40.000.000} \times 100\%$
   - $= 10{,}4\%$

   Jadi, total bunga yang diterima sebesar (D) 10,4%.

3. Cara yang tidak tepat untuk menghitung perkiraan nilai tabungan Pak Subekti yang disimpan selama satu setengah tahun (18 bulan) adalah dengan opsi A, yaitu 1,104 × 0,02 × M.

   Opsi ini bernilai tidak tepat, karena cara memperkirakan nilai tabungan Pak Subekti yang disimpan selama satu setengah tahun dengan rumus bunga majemuk sebagai berikut.

   $$\textit{Nilai simpanan bunga} = M \times (1 + i)^n$$

   $$\textit{Nilai simpanan bunga} = M \times (1 + 2\%)^6$$

   $$\textit{Nilai simpanan bunga} = M \times (1 + 0{,}02)^6$$

Secara jelas, terlihat bahwa opsi B hingga E adalah penguraian dari rumus bunga majemuk di atas untuk memperkirakan nilai tabungan Pak Subekti yang disimpan selama satu setengah tahun.

4. Untuk menentukan besar anuitas pada sistem angsuran tersebut, dapat ditentukan melalui rumus berikut.

$$Anuitas = bunga + angsuran\ pokok$$

Melalui rumus di atas, ambil salah satu data dari tabel per bulan. Sebagai contoh ambil data bunga pinjaman dan angsuran pinjaman pada bulan ke-2.

$$Anuitas = 6{,}88 + 15{,}12 = 22$$

Karena tabel memiliki nilai satuan Rp100.000,00, maka nilai anuitas sebesar 22 dikalikan dengan Rp100.000,00 sebagai berikut.

$$Anuitas = 22 \times 100.000 = \text{Rp}2.200.000{,}00$$

Jadi, jawabannya adalah (A) Rp2.200.000,00.

5. Untuk menentukan besar angsuran yang dibayarkan pada anuitas ke-5, kamu dapat memperoleh besar angsuran dengan rumus sebagai berikut.

$$Bunga\ ke\text{-}5 = 8\% \times sisa\ pinjaman\ di\ awal\ bulan\ ke\text{-}5$$

Menaksir selisih sisa pinjaman yang dapat ditentukan dari data angsuran pinjaman. Hal tersebut dapat diamati sebagai berikut.

- Bulan $1 \rightarrow 2$: dari $100 \rightarrow 86$ (selisih 14)
- Bulan $2 \rightarrow 3$: dari $86 \rightarrow 70{,}88$ (selisih 15,22)
- Bulan $3 \rightarrow 4$: dari $70{,}88 \rightarrow 16{,}32$ (selisih 16,32)
- Bulan $4 \rightarrow 5$ (asumsi): dengan prediksi turun $\approx 1{,}2$ dari data angsuran pinjaman di atas.

  Jika 1,2 ditambahkan dengan 16,32, didapat nilai sekitar $\sim 17{,}5 \rightarrow 54{,}76 - 17{,}5 = \sim 37{,}06$.

Dengan demikian, bunga ke-5 dihitung sebagai berikut.

$8\% \times 37{,}06 = 2{,}9648$ satuan = Rp296.480,00

Jadi, jawabannya adalah (C) Rp295.315,456.

6. Lama waktu Dani harus menabung agar dapat mencapai targetnya dapat diperkirakan melalui perhitungan rumus nilai masa depan anuitas, sebagai berikut.

$$FV = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Diketahui:

- FV : Rp100.000.000,00
- A : Rp2.000.000,00
- n : jumlah periode (dalam bulan)
- i : 9% per tahun = 0,0075 per bulan

Selanjutnya, masukkan nilai-nilai tersebut ke dalam rumus untuk menentukan nilai simpanan awal, yakni sebagai berikut.

$$100.000.000 = 2.000.000 \times \frac{(1 + 0{,}0075)^n - 1}{0{,}0075}$$

$$\frac{100.000.000}{2.000.000} = \frac{(1 + 0{,}0075)^n - 1}{0{,}0075}$$

$$50 = \frac{(1 + 0{,}0075)^n - 1}{0{,}0075}$$

$$50 \times 0{,}0075 = (1 + 0{,}0075)^n - 1$$

$$0{,}375 = (1{,}0075)^n - 1$$

$$1{,}375 = (1{,}0075)^n$$

$$n \; log(1{,}0075) = log \; log \; (1{,}375)$$

$$n \times 0{,}003233 = 0{,}1383$$

$$n = \frac{0{,}1383}{0{,}003233}$$

$$n = 42{,}8 \approx 43 \text{ bulan}$$

Jadi, lama waktu Dani menabung sekitar (C) 43 bulan.

7. Untuk menentukan nilai masa depan Dani dari tabungannya, dapat menggunakan rumus nilai masa depan anuitas, sebagai berikut.

$$FV = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Diketahui:

- FV : jumlah tabungan akhir
- A : Rp2.000.000,00
- n : 48 bulan
- i : 9% per tahun = 0,0075 per bulan

Langkah berikutnya, masukkan nilai-nilai tersebut ke dalam rumus untuk menentukan nilai simpanan awal, yakni sebagai berikut.

$$FV = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$FV = 2.000.000 \times \frac{(1 + 0{,}0075)^{48} - 1}{0{,}0075}$$

$$FV = 2.000.000 \times \frac{(1{,}0075)^{48} - 1}{0{,}0075}$$

$$FV = 2.000.000 \times \frac{1{,}4314053 - 1}{0{,}0075}$$

$$FV = 2.000.000 \times \frac{0{,}4314053}{0{,}0075}$$

$$FV = 2.000.000 \times 57{,}5207$$

$$FV = 115.041.413{,}3 \approx 115.000.000$$

Jadi, jawabannya adalah (D) Rp115.000.000,00.

8. Diketahui:

- Anuitas (A) : Rp2.064.492,5
- Tingkat bunga per periode (i) : 0,4% per bulan = 0,004
- Jumlah periode (n) : 4 tahun × 12 bulan = 48 bulan

Untuk menghitung besar uang yang dipinjam Dani, dapat menggunakan rumus nilai sekarang (*present value*) anuitas, sebagai berikut.

$$PV = A \times \frac{(1-(1+1))^{-n}}{i}$$

Diketahui:

- PV : nilai sekarang
- A : Rp2.064.492,5

- n : 48 bulan
- i : 0,4% per bulan

Langkah berikutnya, masukkan nilai-nilai tersebut ke dalam rumus untuk menentukan nilai simpanan awal, yakni sebagai berikut.

$$PV = A \times \frac{(1-(1+1))^{-n}}{i}$$

$$PV = 2.064.492{,}5 \times \frac{(1 - (1 + 0{,}004)^{-48})}{0{,}004}$$

$$PV = 2.064.492{,}5 \times \frac{1 - 0{,}825623}{0{,}004}$$

$$PV = 2.064.492{,}5 \times \frac{0{,}174377}{0{,}004}$$

$$PV = 2.064.492{,}5 \times 43{,}5942489$$

$$PV = 90.000.000$$

Jadi, jawabannya adalah (C) Rp90.000.000,00.

9. *Alternatif penyelesaian:*

Pernyataan	Benar	Salah
Pinjaman Rp100.000.000,00 dengan tenor 12 bulan.	✓	
Pinjaman Rp100.000.000,00 dengan tenor 24 bulan.	✓	
Pinjaman Rp120.000.000,00 dengan tenor 12 bulan.	✓	
Pinjaman Rp130.000.000,00 dengan tenor 24 bulan.		✓
Pinjaman Rp150.000.000,00 dengan tenor 24 bulan.		✓

10. Diketahui:

Pendapatan bersih sebelumnya;

- Omzet lama = Rp120.000.000,00
- Pengeluaran = (10 × Rp4.000.000) + Rp25.000.000 = Rp65.000.00
- Bersih = Rp55.000.000,00

Target penghasilan bersih = 2 × Rp55.000.000 = Rp110.000.000,00

Tambahan beban bersih yang dibutuhkan:

Rp110.000.000,00 – Rp55.000.000,00 = Rp55.000.000,00

Artinya, cabang baru harus menghasilkan pendapatan bersih Rp55.000.000,00

Tambahan beban baru:

- Gaji 5 orang × Rp4.000.000 = Rp20.000.000,00
- Cicilan pinjaman = Rp8.745.148,00
- Total tambahan beban = Rp28.745.148,00

Omzet tambahan yag dibutuhkan:

X – 28.745.148,00 = 55.000.000

X = 83.745.148,00 (sekitar Rp 83.750.000,00)

I. Tindak Lanjut

Tindak lanjut pembelajaran bertujuan untuk memastikan seluruh peserta didik mencapai kompetensi yang ditetapkan, baik dalam aspek pengetahuan, keterampilan matematis, maupun penerapan konsep investasi dan pinjaman dalam konteks kehidupan nyata.

1. Peserta didik yang sudah mencapai tujuan pembelajaran (tuntas).

   Bagi peserta didik yang telah menunjukkan pemahaman kuat terhadap materi investasi dan pinjaman dalam berbagai konteks. Guru dapat memberikan pengayaan untuk memperluas cakupan pemahaman dan menantang kemampuan berpikir tingkat tinggi (HOTS).

   Pengayaan dapat dilakukan melalui beberapa hal berikut.

   a. Tugas eksploratif berbasis proyek kontekstual dengan integrasi multi disiplin ilmu lain. Misalnya, berdiskusi dengan guru ekonomi terkait materi yang relevan.

   b. Membuat soal sendiri berdasarkan pengalaman atau peristiwa sekitar, kemudian menukarnya dengan teman dan menyelesaikannya.

   c. Diskusi lanjutan seperti refleksi manfaat investasi dan pinjaman dalam kehidupan sehari-hari, baik secara individu maupun kelompok.

Pengayaan sebaiknya tidak terbatas pada pemberian tautan daring, melainkan diarahkan pada aktivitas penguatan keterampilan komunikasi, pemodelan, dan penalaran matematis.

2. Peserta didik yang belum mencapai tujuan pembelajaran (belum tuntas).

   Bagi peserta didik yang belum mencapai ketuntasan, guru perlu memberikan dukungan khusus dan strategi remedial yang bersifat adaptif dan kolaboratif.

   Langkah-langkah yang direkomendasikan antara lain sebagai berikut.

   a. Pemetaan kekeliruan konsep berdasarkan hasil penugasan atau latihan, lalu menyusun pembelajaran ulang secara sederhana dengan pendekatan visual dan konkret.
   b. Membentuk kelompok kecil tutor sebaya, dengan melibatkan peserta didik yang tuntas sebagai pendamping belajar.
   c. Pemberian soal-soal latihan terpilih dari buku siswa, seperti soal pada bagian Latihan 2.1, 2.2, 2.3, dan uji kompetensi dengan pendampingan langsung dari guru untuk memastikan pemahaman dan prosedur.
   d. Menggunakan alat bantu visual seperti grafik dan diagram, infografik, simulasi portofolio saham, atau aplikasi dan dasbor investasi untuk memahami konsep investasi dan pinjaman.
   e. Refleksi individu tertulis tentang bagian mana yang belum dipahami, lalu didiskusikan secara terbuka dalam kelas remedial.

   Dengan pendekatan tersebut, proses tindak lanjut menjadi kesempatan belajar yang bermakna, bukan pengulangan yang bersifat membebani.

J. Refleksi

Buku siswa telah memuat refleksi untuk peserta didik. Gunakan kegiatan tersebut untuk mengajak peserta didik melakukan refleksi pada setiap akhir pembelajaran bab. Bapak/Ibu Guru juga dapat menyalin kegiatan refleksi tersebut untuk diisi oleh peserta didik dan dikumpulkan kembali ke Bapak/Ibu. Dengan cara tersebut, Bapak/Ibu Guru dapat menganalisis refleksi peserta didik dan menggunakannya untuk memperbaiki praktik pembelajaran berikutnya.

1. Apa kendala terbesar yang Bapak/Ibu alami saat mengajarkan materi investasi dan pinjaman? Bagaimana cara mengatasinya?
2. Apakah Bapak/Ibu guru telah berhasil menghubungkan antara konsep investasi dan pinjaman dengan masalah kontekstual yang dapat dipahami dengan mudah oleh peserta didik?
3. Apakah pembelajaran investasi dan pinjaman oleh peserta didik menumbuhkan kemampuan berpikir mereka ke arah berpikir kritis, kreatif, dan reflektif?
4. Apakah lingkungan belajar terasa aktif dan menyenangkan di kelas? Bagaimana Bapak/Ibu guru mengetahuinya?
5. Bagaimana Bapak/Ibu guru menanggapi peserta didik yang mengalami kesulitan memahami konsep bunga majemuk dan anuitas?

K. Sumber Belajar

Wai-Sum Chan dan Yiu-Kuen Tse. *Financial Mathematics for Actuaries* World Scientific Publishing Co. Pte. 2021.

Slavin, Robert, E. *Educational Pschology, Theories and Practice*. Fourth Edition. Massachusetts: Allyn and Bacon Publisher. 1994.

Beswick, K., & Chapman, O. International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 4: The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional. Brill. 2020.

Bowers, N.L., at.all. Actuarial Mathematics. The Society of Actuaries: Illinois. 1986.

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
REPUBLIK INDONESIA, 2025
Panduan Guru Matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas XII (Edisi Revisi)
Penulis: **Mohammad Tohir, dkk**
ISBN: 978-634-00-3116-4 (jil.3 PDF)



Panduan Khusus

Bab 3
Kaidah Pencacahan

A. Pendahuluan

Bab 3 ini menyajikan tentang konsep Kaidah Pencacahan. Setiap subbabnya akan disajikan penanaman dimensi profil lulusan dan keterampilan abad 21 untuk mendukung tercapaian generasi emas tahun 2045, yaitu (1) konsep dan teori matematika, (2) pengenalan 4Cs (*Creativity, Critical Thinking, Collaboration, Communication*), (3) literasi matematika, (4) literasi budaya, dan (5) literasi digital. Sajian dalam Bab 3 ini bertujuan untuk mengeksplorasi kemampuan peserta didik dalam menentukan kaidah pencacahan yang meliputi aturan pengisian tempat, serta permutasi, dan kombinasi sehingga dapat menarik kesimpulan dan mengaplikasikan pemahaman yang dimiliki melalui beberapa kegiatan pembelajaran. Pendekatan Pembelajaran Mendalam dimaksudkan untuk membantu peserta didik dalam mengembangkan pemahaman konseptual yang kuat dan valid, bukan hanya menghafal rumus. Peserta didik akan memperoleh kemampuan berpikir tingkat tinggi (HOTS) seperti analisis situasi, penalaran konseptual, dan penerapan pengetahuan matematika dalam dunia nyata. Peserta didik tidak hanya belajar tentang berapa peluang suatu kejadian dan kejadian majemuk, akan tetapi juga belajar tentang mengapa dan bagaimana caranya suatu peluang dapat dihitung secara matematis, logis, dan masuk akal melalui latihan pemecahan masalah, diskusi kelompok, dan refleksi kritis.

1. Tujuan Pembelajaran dan Indikator

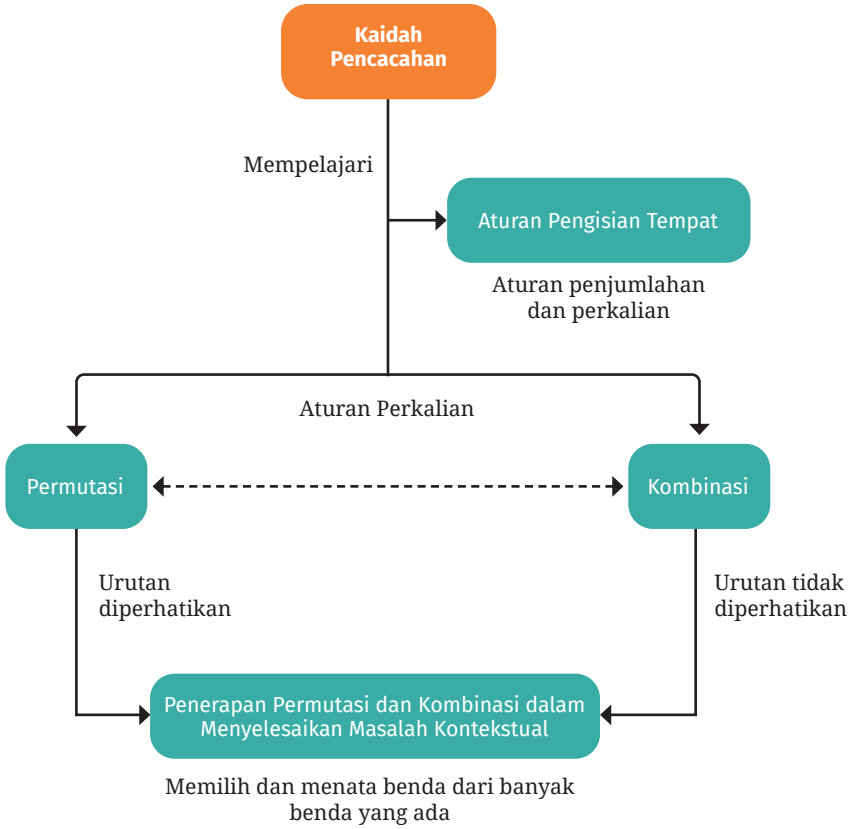
Bab 3 ini terdiri dari empat subbab yaitu aturan pengisian tempat, permutasi, kombinasi, dan penerapan konsep permutasi dan kombinasi dalam menyelesaikan masalah kontekstual.

Tabel 3.1 Tujuan Pembelajaran dan Indikator Materi Bab 3

Subbab	Tujuan Pembelajaran	Indikator
Aturan Pengisian Tempat	Mendeskripsikan aturan pengisian tempat, baik aturan penjumlahan maupun perkalian.	1. Mengidentifikasi perbedaan antara aturan perkalian dan aturan penjumlahan. 2. Menyelesaikan permasalahan sehari-hari terkait aturan pengisian tempat.

Subbab	Tujuan Pembelajaran	Indikator
Permutasi	Menganalisis konsep permutasi.	1. Mendeskripsikan konsep permutasi. 2. Menerapkan konsep permutasi dalam menyelesaikan masalah matematika.
Kombinasi	Menganalisis konsep kombinasi.	1. Mendeskripsikan konsep kombinasi. 2. Menerapkan konsep kombinasi dalam menyelesaikan masalah matematika.
Penerapan Permutasi dan Kombinasi	Mengaplikasikan konsep permutasi dan kombinasi.	1. Menganalisis permasalahan yang berkaitan dengan penerapan konsep permutasi dan kombinasi. 2. Membandingkan secara sistematis antara penerapan permutasi dan kombinasi, serta menjelaskan langkah-langkah penyelesaian masalah secara logis dan terperinci.

2. Peta Konsep



3. Keterkaitan Pokok Materi

Materi dimulai dengan subbab aturan pengisian tempat, yang terdiri atas aturan penjumlahan dan aturan perkalian. Aturan penjumlahan digunakan ketika suatu peristiwa terjadi melalui cara-cara yang berbeda tetapi tidak bersamaan (saling lepas), sedangkan aturan perkalian digunakan ketika peristiwa terjadi secara berurutan (saling bebas). Pemahaman konsep dasar ini melatih peserta didik untuk menghitung jumlah kemungkinan sederhana dari berbagai pilihan dalam kehidupan sehari-hari, misalnya memilih pakaian, menentukan rute perjalanan, atau memilih kegiatan ekstrakurikuler. Aturan pengisian tempat menjadi dasar logika perhitungan dalam seluruh materi pencacahan, karena prinsip ini akan terus digunakan pada permutasi dan kombinasi.

Berdasarkan subbab aturan pengisian tempat, peserta didik diarahkan pada konsep permutasi, yaitu penyusunan objek dengan memperhatikan urutan. Permutasi mengajarkan bahwa susunan berbeda akan menghasilkan kemungkinan berbeda, meskipun objek yang digunakan sama. Contoh konkret yang diberikan seperti penyusunan pengurus kelas, penempatan pasien di ruang bersalin, atau penyusunan kursi dalam formasi tertentu. Dalam permutasi juga diperkenalkan variasi khusus seperti permutasi dengan objek sama, permutasi siklis, serta penerapan faktorial. Subbab ini memperluas wawasan peserta didik bahwa urutan memiliki peranan penting dalam banyak persoalan sehari-hari, termasuk dalam bidang teknologi (pembuatan kode sandi) maupun budaya (penyusunan karya seni atau musik).

Setelah memahami konsep permutasi, peserta didik dikenalkan pada kombinasi, yaitu pemilihan objek tanpa memperhatikan urutan. Konsep ini menguatkan kemampuan membedakan kapan urutan berpengaruh (permutasi) dan kapan urutan tidak penting (kombinasi). Contoh yang diberikan antara lain pemilihan tim inti dalam olahraga, pemilihan delegasi lomba, atau pemilihan menu dalam paket makanan. Selain kombinasi sederhana, peserta didik juga diajak memahami kombinasi berulang dan penerapan dalam Teorema Binomial Newton, yang kelak menjadi penghubung langsung dengan materi peluang. Subbab ini melatih keterampilan analisis, karena peserta didik harus memahami perbedaan mendasar antara “menyusun” dan “memilih”.

Subbab terakhir menekankan penerapan nyata dari permutasi dan kombinasi dalam menyelesaikan masalah sehari-hari maupun masalah ilmiah. Peserta didik dilatih menganalisis berbagai situasi kontekstual, misalnya strategi penempatan pemain futsal, analisis kemungkinan hasil adu penalti, perhitungan peluang sukses pada suatu percobaan, hingga penyusunan kode keamanan. Pada bagian ini, keterhubungan dengan peluang (Bab 4) menjadi sangat jelas, karena penyelesaian masalah peluang selalu diawali dengan menghitung banyaknya kasus menggunakan kaidah pencacahan. Pemahaman yang matang pada Bab 3 menjadi prasyarat penting bagi Bab 4, karena peluang didefinisikan sebagai perbandingan antara jumlah kejadian yang diinginkan dengan jumlah seluruh kejadian yang mungkin. Perhitungan “jumlah seluruh kejadian” hanya bisa dilakukan dengan tepat apabila peserta didik menguasai aturan pengisian tempat, permutasi, dan kombinasi. Dengan demikian, Bab 3

dan Bab 4 membentuk kesinambungan yang logis. Selain itu, keterkaitan lintas disiplin juga ditunjukkan, misalnya dalam biologi (analisis kombinasi genetik), fisika (kombinasi lintasan partikel), informatika ((kriptografi dan algoritma), dan ekonomi (kombinasi strategi atau produk).

4. Saran Waktu Pembelajaran dalam Satu Bab

Alokasi waktu yang disrankan untuk mempelajari Bab 3 ini adalah sekitar 24 Jam Pelajaran.

a. 6 JP untuk subbab Aturan Pengisian Tempat
b. 6 JP untuk subbab Permutasi
c. 6 JP untuk subbab Kombinasi
d. 6 JP untuk subbab Penerapan Permutasi dan Kombinasi

Pembagian rentang waktu yang ditunjukkan merupakan saran terkait waktu pembelajaran dalam satu bab. Guru dapat memodifikasi waktu pembelajaran sesuai dengan karakteristik peserta didik pada jenjang SMA/MA/SMK/MAK Kelas XII di satuan pendidikan masing-masing.

B. Konsep dan Keterampilan Prasyarat

Sebelum mempelajari materi kaidah pencacahan, peserta didik perlu memiliki beberapa konsep dan keterampilan prasyarat agar dapat memahami isi bab secara menyeluruh dan bermakna. Pertama, peserta didik harus memahami konsep dasar operasi hitung bilangan bulat, khususnya operasi perkalian dan penjumlahan. Pemahaman terhadap notasi faktorial juga sangat penting karena menjadi bagian inti dalam perhitungan permutasi dan kombinasi. Kedua, peserta didik harus memiliki kemampuan berpikir logis dan sistematis untuk menyusun dan menghitung banyaknya kemungkinan kejadian yang dapat terjadi dalam suatu peristiwa. Kemampuan ini akan membantu mereka dalam menghindari penghitungan yang berulang atau tidak lengkap. Ketiga, penguasaan konsep dasar himpunan dan pemetaan sangat berguna karena Kaidah pencacahan erat kaitannya dengan pemilihan dan penyusunan elemen-elemen dalam suatu himpunan. Keempat, peserta didik diharapkan memiliki keterampilan dasar dalam logika matematika sederhana, seperti

memahami konsep kejadian saling lepas dan saling bebas serta mampu melakukan penalaran "jika-maka" dalam konteks situasi kombinatorial. Selain itu, peserta didik perlu memiliki keterampilan membaca dan menafsirkan tabel maupun diagram cabang, karena banyak kegiatan dalam bab ini menggunakan representasi visual tersebut untuk menyusun kemungkinan secara sistematis. Terakhir, peserta didik harus mampu membedakan konteks di mana urutan diperhatikan (permutasi) dan tidak diperhatikan (kombinasi), karena perbedaan ini akan memengaruhi pendekatan penyelesaian masalah. Penguasaan terhadap konsep-konsep ini akan membantu peserta didik dalam membangun pemahaman mendalam terhadap aturan pencacahan dan penerapannya dalam kehidupan sehari-hari.

C. Kerangka Pembelajaran

Kerangka pembelajaran untuk materi kaidah pencacahan yang berdasarkan empat dimensi utama: praktik pedagogis, kemitraan pembelajaran, lingkungan pembelajaran, dan pemanfaatan digital adalah sebagai berikut.

Tabel 3.2 Kerangka Pembelajaran Materi Bab 3

Aspek Dimensi Pembelajaran	Deskripsi
1. Praktik Pedagogis	**Pendekatan:** ▶ Kontekstual (*Contextual Teaching and Learning*): materi diajarkan melalui contoh nyata seperti kunci pengaman sepeda (kover Bab 3), penyusunan buku di perpustakaan (Aktivitas Arkana), dan strategi futsal (Contoh 3.10). ▶ *Inquiri Learning*: peserta didik diajak menganalisis masalah seperti menghitung kemungkinan susunan kode respons cepat (Aktivitas Choirul) atau memilih susunan pemain futsal (Aktivitas Pak Sauca).

Aspek Dimensi Pembelajaran	Deskripsi
	Strategi Pembelajaran: ▶ Eksplorasi Terbimbing: kegiatan seperti "Ayo, Bereksplorasi" dan "Ayo, Mencoba" memandu peserta didik memahami konsep melalui masalah autentik. ▶ Diskusi Kelompok: aktivitas "Ayo, Berkomunikasi" dan "Ayo, Berpikir Kritis" mendorong kolaborasi untuk memecahkan masalah, seperti menentukan rute perjalanan (Contoh 3.2) atau menyusun paket kado (Aktivitas OSIS). **Asesmen:** ▶ Formatif: latihan soal seperti "Latihan 3.1" dan "Uji Kompetensi" untuk mengecek pemahaman konsep. ▶ Proyek Kreatif: tugas seperti merancang paket kado dengan tema tertentu (Aktivitas OSIS) atau membuat susunan huruf untuk souvenir (Latihan 3.2). ▶ Sumatif: melalui kegiatan pada Uji Kompetensi.
2. Kemitraan Pembelajaran	**Kolaborasi Peserta Didik-Guru:** ▶ Guru berperan sebagai fasilitator dalam diskusi kelompok (misalnya, analisis kode respons cepat atau strategi futsal). ▶ Peserta didik bekerja sama dalam aktivitas seperti "Ayo Berkomunikasi" untuk mempresentasikan solusi masalah.

Aspek Dimensi Pembelajaran	Deskripsi
	Peran Guru: ▶ Pemandu: membimbing peserta didik melalui pertanyaan pemantik (contoh: "Mengapa urutan penting dalam permutasi?"). ▶ Evaluator: memberikan umpan balik dari latihan dan proyek, seperti mengevaluasi penyelesaian soal Binomial Newton (Contoh 3.15).
3. Lingkungan Pembelajaran	**Fisik:** ▶ Visual: penggunaan gambar (Gambar 3.1, 3.2) dan diagram (aturan tabel, diagram cabang) untuk memudahkan pemahaman. ▶ Interaktif: ruang kelas dirancang untuk diskusi kelompok dan presentasi, misalnya saat membahas denah perumahan (Gambar 3.5). **Psikososial:** ▶ Inklusif: aktivitas seperti "Ayo, Berpikir Kritis" mendorong partisipasi semua peserta didik, termasuk yang kurang percaya diri. ▶ Motivasi: contoh kehidupan nyata (seperti kupon belanja atau pelat nomor) membuat materi relevan dan menarik.
4. Pemanfaatan Digital	**Alat dan Platform:** ▶ Simulasi *Online*: peserta didik mengakses tautan seperti Khan Academy (QR *code* di Aktivitas Teknologi) dan Geogebra untuk latihan permutasi atau kombinasi.

Aspek Dimensi Pembelajaran	Deskripsi
	▶ Kalkulator Kombinatorik: penggunaan *tools* digital untuk menghitung kombinasi (Contoh 3.10) atau permutasi siklis. Aktivitas Digital: ▶ Eksplorasi Mandiri: peserta didik mengunjungi tautan terkait (misalnya, https://bukupusbuk.id/s/mtk12geoperkom untuk visualisasi konsep dan tautan yang lainnya. ▶ Presentasi Digital: hasil diskusi tentang strategi futsal dipresentasikan menggunakan *slide* atau infografik.

Kerangka pembelajaran ini diharapkan menciptakan pengalaman belajar yang mendalam, kontekstual, dan bermakna bagi peserta didik dalam memahami konsep permutasi dan kombinasi.

D. Apersepsi

Pembelajaran materi Kaidah Pencacahan pada Bab 3 dimulai dengan apersepsi yang bertujuan membangkitkan rasa ingin tahu dan kesadaran belajar peserta didik terhadap pentingnya memahami banyaknya kemungkinan suatu kejadian dapat terjadi. Guru dapat memulai dengan menghadirkan konteks konkret yang dekat dengan kehidupan peserta didik, seperti ilustrasi tentang kunci pengaman sepeda atau pemilihan pakaian yang mengandung unsur pilihan dan pengambilan keputusan. Apersepsi ini bukan sekadar pengantar, tetapi dirancang secara sadar untuk mengaktifkan pengetahuan awal peserta didik dan mengarahkan mereka dari tingkat pemahaman yang dangkal menuju pemahaman konseptual yang lebih dalam. Dalam kerangka Taksonomi SOLO (*Structure of Observed Learning Outcomes*), peserta didik secara bertahap dibimbing dari tingkat prastruktural (belum memahami ide utama) menuju unistruktural (memahami satu aspek), lalu multistruktural

(memahami beberapa aspek tanpa hubungan), hingga relasional (mengaitkan berbagai aspek dalam satu kesatuan makna), dan akhirnya menuju abstrak lanjutan (menerapkan ide secara reflektif dalam situasi baru).

Guru memandu peserta didik untuk menyadari bahwa dalam kehidupan nyata, banyak kejadian memerlukan kemampuan memperkirakan jumlah pilihan atau cara menyusun sesuatu, seperti menyusun rute perjalanan, memilih tim olahraga, atau bahkan mengatur jadwal kegiatan. Hal ini membuka jalan untuk menanamkan konsep dasar pencacahan, yaitu aturan pengisian tempat, permutasi, dan kombinasi, yang nantinya akan digunakan dalam pemecahan masalah peluang. Proses apersepsi juga dapat memperkuat pembelajaran melalui diskusi kelompok kecil, simulasi dengan benda konkret (misalnya, pakaian, miniatur, kancing, atau kartu), serta pertanyaan pemantik reflektif, seperti: “Apakah urutan selalu penting dalam memilih?” atau “Berapa banyak cara yang mungkin jika kamu mengubah susunan pilihan?”

Guru tidak hanya memberikan pengantar yang informatif, tetapi membangun pengalaman belajar yang bersifat dialogis dan reflektif. Dengan memanfaatkan ilustrasi kontekstual dan mengaitkannya dengan struktur logis matematika, peserta didik diberi ruang untuk mengeksplorasi ide, membuat hubungan antarkonsep, dan menyusun pemahaman mereka sendiri. Dalam hal ini, guru bertindak sebagai fasilitator yang memandu bukan hanya "apa yang harus dipelajari?", tetapi "mengapa konsep itu penting dan bagaimana menerapkannya secara nyata?"

Dengan demikian, apersepsi dalam pembelajaran Kaidah Pencacahan bukan sekadar kegiatan awal pembelajaran, tetapi merupakan bagian integral dari strategi pembelajaran berbasis pemahaman yang mendorong peserta didik untuk berpikir kritis, logis, dan reflektif, serta siap memasuki proses pembelajaran dengan keterlibatan kognitif dan emosional yang lebih tinggi.

E. Formatif Awal

Sebelum peserta didik memasuki pembelajaran inti mengenai Kaidah Pencacahan, guru perlu melakukan formatif awal yang berfungsi untuk mengidentifikasi pengetahuan prasyarat dan kesiapan belajar peserta didik. Formatif awal ini dapat dilakukan melalui pertanyaan kontekstual dan pengamatan terhadap cara berpikir peserta didik dalam merespons situasi

nyata yang mengandung unsur pencacahan. Misalnya, guru dapat mengajukan pertanyaan seperti: "Jika kamu memiliki 2 kemeja dan 3 celana, berapa banyak pilihan berpakaian yang berbeda dapat kamu buat?" atau "Jika kamu memiliki beberapa rute perjalanan dari rumah ke sekolah yang melibatkan lebih dari satu persimpangan, bagaimana kamu menghitung banyaknya kemungkinan rute?" Pertanyaan seperti ini tidak hanya memancing respons kognitif, tetapi juga memberi gambaran sejauh mana peserta didik memahami konsep dasar seperti pengisian tempat, urutan, dan pengambilan keputusan dalam situasi yang sistematis.

Melalui formatif awal ini, guru dapat memetakan apakah peserta didik masih berada pada tingkat pemahaman prosedural (misalnya menjawab langsung dengan perkalian), atau sudah mulai menalar secara konseptual, seperti menyusun daftar kemungkinan atau menggunakan strategi visual seperti tabel dan diagram cabang. Penilaian ini menjadi dasar bagi guru dalam merancang pembelajaran berdiferensiasi: kelompok pemula mungkin membutuhkan lebih banyak latihan eksploratif dengan benda konkret, sedangkan kelompok lanjutan dapat langsung diberi tantangan berupa persoalan yang melibatkan permutasi atau kombinasi. Bentuk asesmen bisa berupa diskusi kelompok, permainan berpola, atau pertanyaan reflektif secara lisan dan tertulis.

Formatif awal dalam pembelajaran Kaidah Pencacahan bukan sekadar untuk mengukur kemampuan awal, tetapi juga dapat membantu guru merancang pengalaman belajar yang tepat sasaran, kontekstual, dan berpusat pada peserta didik. Pendekatan ini mendukung transformasi pembelajaran dari sekadar mengejar hasil akhir menuju pengalaman belajar yang membentuk nalar, karakter, dan kecakapan berpikir kritis secara berkelanjutan.

F. Panduan Pembelajaran Buku Siswa

Tujuan umum pada aktivitas belajar mengajar adalah peserta didik dapat memahami, menghitung, dan mengevaluasi kaidah pencacahan dengan menggunakan konsep permutasi dan kombinasi secara efektif dan menghubungkannya dengan situasi dunia nyata.

Subbab A: Aturan Pengisian Tempat

Tabel 3.3 Pengalaman Belajar Materi Kaidah Pencacahan

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Bereksplorasi Menganalisis penerapan aturan perkalian.	Memahami	Menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya.
Ayo, Mencoba Menemukan pengelompokkan susunan buku.	Memahami	Menghubungkan dengan konteks nyata dan/atau kehidupan sehari-hari.
Ayo, Berkomunikasi Menemukan angka terakhir digit suatu kode respons cepat.	Mengaplikasi	Menerapkan pengetahuan pada situasi nyata atau bidang lain dalam kehidupan sehari-hari.
Tahukah Kalian? Konsep faktorial.	Memahami	Menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya.
Ayo, Berpikir Kreatif Menemukan banyak kemungkinan membuat susunan paket kado.	Mengaplikasi	Berpikir Kreatif dan menemukan banyak solusi inovatif berdasarkan pengetahuan yang ada.

Ayo, Bereksplorasi

Guru mengawali kegiatan eksplorasi dengan memberikan stimulus permasalahan dalam bentuk Gambar 3.1 sebagai upaya memberikan pengalaman belajar dalam menghubungkan pengetahuan yang sudah dimiliki sebelumnya dengan pengetahuan yang saat ini diterima. Peserta didik fokus mengamati pada permasalahan yang telah diberikan oleh guru, untuk menmukan konsep apa yang sedang dipelajari.

Selanjutnya, guru mendampingi peserta didik untuk melakukan proses aktivitas diskusi dengan teman sebelahnya agar mereka lebih mendalami rasa ingin tahunya dalam menyimpulkan pada kegiatan ini, sehingga pengetahuan mereka lebih luas. Beberapa peserta didik diajak untuk menyampaikan kesimpulan yang didapat berdasarkan hasil diskusinya.



Ayo, Mencoba

Peserta didik diminta menemukan pengelompokan susunan buku yang merupakan alternatif dari permasalahan dalam kegiatan eksplorasi. Guru mendorong peserta didik untuk berpikir dalam menentukan banyak kemungkinan susunan buku di rak. Kegiatan ini bertujuan untuk menggali dan meningkatkan rasa ingin tahu peserta didik melalui aktivitas menemukan jawaban yang dibantu tabel berikut.

Tabel 3.4 Pengelompokan Kriteria Buku

Jenis	Buku pelajaran	Buku teks	novel	
Warna	Merah	Biru	Kuning	Hitam
Ukuran	A4	A5		

Selain itu, peserta didik diminta menemukan alternatif dari permasalahan dengan konteks serupa tetapi dalam ketentuan yang berbeda, sehingga peserta didik dapat lebih banyak menjawab rasa ingin tahu dengan menyenangkan dalam memahami konsep aturan penjumlahan.



Ayo, Berkomunikasi

Guru mengarahkan peserta didik untuk mengamati stimulus dalam kegiatan ini. Kegiatan ini bertujuan untuk menerapkan pengetahuan pada situasi nyata yaitu menemukan beberapa rangkaian angka yang ada pada *barcode*. *Barcode* tersebut dapat ditemukan di sekitar, seperti pada kemasan produk yang dikeluarkan oleh perusahaan maupun UMKM lokal. Peserta didik diajak untuk berpikir lebih dalam terkait serangkaian angka yang menjadi digit terakhir

dari suatu *barcode*. Pelaksanaan kegiatan ini dapat mengikuti petunjuk yang diberikan pada buku siswa.



Ayo, Berpikir Kreatif

Guru meminta peserta didik untuk mengidentifikasi permasalahan dengan jelas dan secara aktif pada aktivitas ini. Guru menerapkan diferensiasi konten dengan menyajikan permasalahan kontekstual dari program kerja OSIS SMA Abhipraya yang akan menyiapkan 100 paket amal. Tiap paket terdiri dari satu makanan ringan, satu alat tulis, dan satu hiasan kreatif. Untuk mengakomodasi keberagaman cara belajar, guru menyediakan beragam akses konten: visualisasi grafik pohon keputusan bagi pelajar visual, *spreadsheet* atau simulasi digital untuk yang menyukai teknologi, serta diskusi kolaboratif bagi peserta didik interpersonal.

Peserta didik dikelompokkan berdasarkan minat atau gaya belajar mereka. Kelompok tematik fokus merancang isi paket berdasarkan tema seperti "warna ceria", "klasik minimalis", dan "ramah lingkungan", dengan mempertimbangkan estetika, fungsi, dan nilai sosial. Kelompok lainnya fokus pada penerapan prinsip kaidah pencacahan untuk menghitung jumlah kombinasi paket ($4 \times 3 \times 5 = 60$). Proses ini mendorong peserta didik tidak sekadar menghitung, tetapi memahami makna dari setiap pilihan kombinasi serta implikasinya terhadap penyusunan paket amal yang konsisten dan bernilai.

Sebagai hasil dalam penyelesaian permasalahan yang menunjukkan diferensiasi produk. Peserta didik diberi ruang untuk menunjukkan pemahamannya melalui berbagai cara: presentasi lisan, brosur digital bertema, tabel kombinasi, atau simulasi penataan 100 paket berdasarkan tema. Produk yang dihasilkan mencerminkan keragaman kreativitas peserta didik, misalnya desain paket "warna ceria" (permen, pulpen warna, stiker lucu), "klasik minimalis" (biskuit, pensil, pita emas), dan "ramah lingkungan" (keripik, *sticky note* daur ulang, gantungan kunci kayu). Pada proses ini, peserta didik belajar melalui pengalaman yang menyenangkan, eksploratif, dan penuh makna personal. Melalui kegiatan yang relevan dan fleksibel, peserta didik tidak hanya memahami konsep matematika secara konseptual.

Subbab B: Permutasi

Tabel 3.5 Pengalaman Belajar Materi Permutasi

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Bereksplorasi Menganalisis susunan pemilihan pengurus kelas.	Memahami	Menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya.
Ayo, Berpikir Kritis Menganalisis temuan yang ditunjukkan terkait konteks memilih peserta didik mengikuti olimpiade.	Mengaplikasikan	Berpikir kritis untuk menganalisis temuan, dengan membandingkan konsep yang dipahami dalam menerapkan pengetahuan pada situasi nyata dalam kehidupan sehari-hari.
Ayo, Berkomunikasi Mengidentifikasi banyak kemungkinan dalam memilih jalan untuk menemukan tempat yang dituju.	Mengaplikasi	Menerapkan pengetahuan pada situasi nyata terkait membaca denah dalam kehidupan sehari-hari.
Ayo, Berpikir Kritis Menganalisis permasalahan terkait permutasi siklis.	Mengaplikasi	Berpikir kritis dan mencari solusi inovatif berdasarkan pengetahuan yang ada.
Ayo, Menggunakan Teknologi Melakukan evaluasi terkait pemahaman yang sudah didapat dalam proses belajar.	Merefleksi	Refleksi terhadap pencapaian tujuan pembelajaran (evaluasi diri).

Ayo, Bereksplorasi

Guru mengajak peserta didik untuk memperhatikan visualisasi gambar struktur pengurus kelas. Guru memberikan stimulus dan mengajak peserta didik berpikir dalam menentukan banyak kemungkinan peserta didik yang dapat mengisi posisi sebagai pengurus kelas. Kegiatan ini bertujuan untuk menggali dan meningkatkan rasa ingin tahu peserta didik dalam menentukan permutasi.

Melalui kegiatan ini, peserta didik tidak hanya belajar matematika secara formal. Akan tetapi, juga menghubungkan dengan situasi nyata di kelas melalui kegiatan pemilihan dan organisasi. Dengan demikian, konsep permutasi tidak hanya menjadi teori, tetapi juga menjadi alat berpikir dalam menyelesaikan masalah sehari-hari. Selanjutnya, guru mengarahkan kepada peserta didik untuk memahami definisi permutasi.

Ayo, Berpikir Kritis

Peserta didik diminta memperhatikan permasalahan pada kegiatan ini, kemudian dianalisis untuk mengidentifikasi kesimpulan dari permasalahan tersebut. Berikut diberikan petunjuk dalam mendampingi peserta didik melakukan kegiatan berpikir kritis.

Petunjuk Guru untuk kegiatan Ayo, Berpikir Kritis

1. Guru menginformasikan kepada peserta didik terkait permasalahan. Berdasarkan pertanyaan setuju dan tidak setuju, daftarlah peserta didik yang menjawab setuju dan tidak setuju. Selanjutnya, kelompokkan peserta didik berdasarkan kesamaan pilihan jawaban, ajaklah mereka untuk membuat penjelasan dari pilihan jawaban yang sudah dibuat.
2. Guru dapat memberikan stimulus melalui visualisasi gambar terkait permasalahan yang sesuai, kemudian meminta peserta didik untuk menganalisis dan menjelaskan temuannya. Berikan

informasi tambahan terkait langkah prosedural dalam menyelesaikan permasalahan dengan mengajak peserta didik mengingat kembali konsep yang sebelumnya sudah dipelajari.

3. Ajaklah peserta didik untuk berpikir melalui beberapa pertanyaan pemantik berikut.
   a. Berapakah kemungkinan susunan peringkat yang terjadi?
   b. Bagaimana bentuk susunan jika peserta didik laki-laki dan perempuan di peringkat sendiri?



Ayo, Berkomunikasi

Kegiatan ini bertujuan untuk mengidentifikasi beberapa kemungkinan jalan yang dapat dilewati untuk menuju ke tempat tujuan. Peserta didik diminta memperhatikan dan menganalisis dari denah yang diberikan dengan membaca petunjuk pada buku siswa.



Petunjuk Guru dalam kegiatan Ayo, Berkomunikasi

1. Instruksikan kepada peserta didik untuk membuat kelompok dengan anggota masing-masing kelompok sesuai dengan kebutuhan.
2. Berikan informasi kepada setiap kelompok terkait permasalahan dalam kegiatan **Ayo, Berkomunikasi**.
3. Biarkan kelompok berdiskuasi dan fasilitasi jika terdapat kelompok yang mengalami kesulitan.
4. Berikan kesempatan kepada kelompok untuk menjelaskan hasil diskusinya kepada kelompok lain.
5. Berikan kesempatan kepada kelompok lain untuk menyampaikan hasil temuan yang berbeda.
6. Buat kesimpulan bersama dengan seluruh kelompok.

Ayo, Berpikir Kritis

Pada kegiatan ini, guru memberikan stimulus kepada peserta didik untuk memahami materi sebelumnya. Kegiatan ini bertujuan untuk memunculkan temuan baru dari konsep yang berbeda. Amati apakah peserta didik dapat menunjukkannya, sehingga memunculkan pendapat dan pemahaman yang lebih mendalam. Guru juga dapat menggunakan petunjuk berikut.

Petunjuk Guru untuk kegiatan Ayo, Berpikir Kritis

1. Berikan kesempatan dan waktu kepada peserta didik untuk mengamati kegiatan **Ayo, Berpikir Kritis**. Sarankan mereka untuk membentuk kelompok supaya lebih meningkatkan pemahaman satu sama lain.
2. Guru dapat memberikan ilustrasi terkait kegiatan **Ayo, Berpikir Kritis**, sebagai bentuk visualisasinya, kemudian ajaklah setiap kelompok untuk menyusun argumen dan penjelasannya.
3. Sebagai petunjuk, guru dapat menggunakan konsep permutasi dalam memberikan bimbingan kepada peserta didik.

Ayo, Menggunakan Teknologi

Pada kegiatan ini, peserta didik diminta untuk memindai kode respons cepat atau mengetik tautan yang disediakan dengan menggunakan gawainya masing-masing. Kegiatan ini bertujuan untuk memberikan latihan lanjutan dalam rangka meningkatkan pemahaman kepada peserta didik. Tautan tersebut berisi latihan soal permutasi. Peserta didik dapat melakukan langkah-langkah sesuai petunjuk pada buku siswa.

Pembelajaran Berdiferensiasi

Pembelajaran tentang permutasi dalam konteks pemilihan pengurus kelas XII Tunas Bangsa memberikan ruang bagi penerapan pembelajaran berdiferensiasi, terutama dalam hal konten, proses, dan produk. Dari sisi konten, guru menyajikan materi permutasi dengan mengaitkan langsung pada aktivitas nyata di kelas, seperti pemilihan ketua, wakil, sekretaris, dan bendahara. Kegiatan ini memungkinkan peserta didik memahami konsep permutasi dalam konteks yang akrab dan relevan, seperti berapa banyak susunan pengurus yang mungkin jika dua posisi sudah terisi. Hal ini mendukung peserta didik yang memiliki minat tinggi terhadap kegiatan sosial-organisasi sekaligus memperdalam keterampilan matematisnya.

Dalam aspek proses, guru dapat memberikan variasi pendekatan belajar sesuai kebutuhan dan gaya belajar peserta didik. Peserta didik yang menyukai logika dan perhitungan dapat mengerjakan soal-soal numerik tentang permutasi, seperti menentukan banyak susunan huruf pada kata "KALIMANTAN" atau "BHINNEKA", maupun menyusun posisi duduk secara melingkar. Bagi peserta didik yang lebih visual, guru dapat memanfaatkan denah perumahan atau struktur organisasi kelas untuk membimbing mereka menyusun kemungkinan jalur atau posisi, bahkan menyimulasikannya menggunakan media digital seperti GeoGebra atau Khan Academy. Peserta didik juga didorong untuk berdiskusi, mempresentasikan temuan, dan melakukan eksplorasi secara berkelompok, yang membuka ruang untuk kolaborasi dan komunikasi.

Sementara itu, dari sisi produk, peserta didik diberi kebebasan menunjukkan pemahaman mereka melalui beragam cara, seperti membuat diagram struktur organisasi kelas, menyusun simulasi permainan galasin atau posisi duduk di meja bundar, hingga menggunakan teknologi untuk menyelesaikan soal-soal permutasi daring. Dalam pembelajaran ini, setiap peserta didik diberi kesempatan berkembang sesuai dengan kapasitas dan kekuatannya masing-masing.

Subbab C: Kombinasi

Tabel 3.6 Pengalaman Belajar Materi Kombinasi

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Bereksplorasi Mengidentifikasi banyak pemain yang mungkin dalam permainan futsal.	Memahami	Menghubungkan dengan konteks nyata dan/atau kehidupan sehari-hari.
Ayo, Berpikir Kritis Menganalisis temuan yang ditunjukkan terkait konteks yang diberikan.	Mengaplikasikan	Mengembangkan pemahaman dengan eksplorasi lebih lanjut.
Ayo, Menggunakan Teknologi Melakukan aktivitas lanjutan untuk memahami materi.	Memahami	Memberikan kebebasan eksploratif dan kolaboratif.
Ayo, Bereksplorasi Menganalisis permasalahan terkait konten kombinasi berulang.	Memahami	Menstimulasi proses berpikir peserta didik.
Tahukah Kalian! Membandingkan konsep yang ada dalam menemukan solusi permasalahan lain.	Memahami	Menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya.
Ayo, Berpikir Kritis Menganalisis permasalahan yang diberikan terkait penemuan kunci pengaman.	Mengaplikasi	Berpikir kritis dan mencari solusi inovatif berdasarkan pengetahuan yang ada.

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Menggunakan Teknologi Melakukan evaluasi terkait pemahaman yang sudah didapat dalam proses belajar.	Merefleksi	Refleksi terhadap pencapaian tujuan pembelajaran (evaluasi diri).



Ayo, Bereksplorasi

Guru mengajak peserta didik untuk membaca dan mengamati aktivitas di buku siswa. Aktivitas ini bertujuan untuk membangun pemahaman konsep kombinasi melalui konteks yang dekat dengan kehidupan peserta didik, yakni kegiatan ekstrakurikuler futsal. Guru mengajak peserta didik menyelami situasi nyata melalui cerita tentang Pak Sauca, seorang pembina ekstrakurikuler futsal di SMA Abhipraya. Dalam rangka mengikuti lomba futsal antarsekolah untuk memperingati HUT ke-80 Kemerdekaan RI, Pak Sauca harus menyusun strategi dengan memilih 2 dari 5 pemain sebagai *flank*—posisi penting yang bertugas menyerang dari sisi lapangan. Lima peserta didik yang mengikuti kegiatan ini adalah Daus, Roni, Agus, Agung, dan Dika.

Guru dapat memulai aktivitas dengan meminta peserta didik mendaftar semua kemungkinan pasangan yang dapat dipilih sebagai *flank*. Peserta didik akan menemukan bahwa pasangan seperti Agus–Agung dan Agung–Agus merupakan kombinasi yang sama karena terdiri dari orang yang sama, hanya berbeda urutan. Di sinilah konsep kombinasi muncul secara alami, pengambilan pasangan tanpa memperhatikan urutan. Guru menjelaskan bahwa jika urutan tidak diperhatikan, maka menggunakan rumus kombinasi, bukan permutasi. Dengan membimbing peserta didik menelusuri alasan mengapa pasangan yang berbeda urutan dianggap sama, guru memperkuat pengertian mendalam tentang konsep ini.

Aktivitas ini memberi ruang bagi pembelajaran yang mengajak peserta didik berpikir kritis atas konteks nyata melalui kegiatan olahraga dan strategi tim. Guru dapat memperluas aktivitas dengan menantang peserta didik

untuk membuat strategi formasi lain atau menyusun susunan tim cadangan menggunakan kombinasi 3 dari 5 pemain. Dengan demikian, pembelajaran kombinasi tidak hanya menjadi bagian dari kurikulum matematika, tetapi juga menjadi bekal logika dan pengambilan keputusan dalam kehidupan nyata.



Miskonsepsi

Kesalahan yang sering muncul dapat diamati pada konteks pemilihan dua pemain sebagai *flank* dalam tim futsal, sebagaimana disajikan pada kegiatan kombinasi. Peserta didik kerap menganggap pasangan Agus–Agung berbeda dengan Agung–Agus sehingga menghitungnya sebagai dua kemungkinan yang terpisah dan menggunakan konsep permutasi. Padahal, dalam konteks pemilihan *flank*, yang diperhatikan hanyalah siapa saja dua pemain yang terpilih, bukan urutan penulisannya, sehingga kedua pasangan tersebut sesungguhnya sama. Kesalahan ini menunjukkan bahwa peserta didik belum memahami bahwa kombinasi digunakan ketika urutan tidak memengaruhi peran atau hasil. Guru perlu menekankan bahwa jika pertukaran urutan tidak mengubah makna penugasan pemain di lapangan, maka perhitungan harus menggunakan kombinasi, bukan permutasi.



Ayo, Berpikir Kritis

Peserta didik diajak untuk mengamati aktivitas berpikir kritis dengan memperhatikan beberapa petunjuk yang dapat digunakan guru untuk memberikan bimbingan kepada peserta didik.

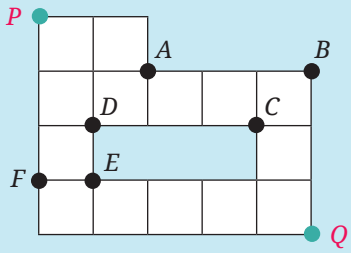


Petunjuk Guru untuk kegiatan Ayo, Berpikir Kritis

1. Guru menginformasikan kepada peserta didik terkait permasalahan. Berdasarkan pertanyaan setuju dan tidak setuju, daftarlah peserta didik yang menjawab setuju dan tidak setuju. Selanjutnya, kelompokkan peserta didik berdasarkan kesamaan pilihan jawaban. Ajaklah peserta didik untuk membuat penjelasan dari pilihan jawaban yang sudah dibuat terkait kesimpulan dari Rino.

2. Guru memberikan stimulus melalui visualisasi gambar yang sesuai, kemudian meminta peserta didik untuk menganalisis dan menjelaskan temuannya. Berikan informasi tambahan terkait bentuk maksud dari gambar dengan mengajak peserta didik mengingat kembali materi aturan menentukan rute perjalanan yang sebelumnya sudah dipelajari.
3. Ajaklah peserta didik untuk berpikir melalui beberapa pertanyaan pemantik berikut.
   a. Apakah Rute dari P ke Q dapat digambarkan secara terperinci?
   b. Bagaimana cara menentukan banyaknya cara menentukan rute tersebut? Berikan alasanmu. Apakah berlaku definisi yang sudah dipelajari sebelumnya? Jika tidak berlaku, peserta didik diminta menunjukkan alternatifnya.
4. Sebagai petunjuk guru, berikut ditunjukkan alternatifnya.

   Untuk memudahkan perhitungan (agar tidak melakukan perhitungan ganda) tandai titik-titik sudut pada gambar seperti berikut.



Rute jalan dari P menuju Q melalui A dan B ditulis: $P-A-B-Q$.

Kemudian dihitung banyaknya jalan dari gambar tersebut.

$$P-A-B-Q = C_1^3 \times 1 \times 1 = 3 \times 1 \times 1 = 3$$

$$P-A-C-Q = C_1^3 \times C_1^3 \times C_1^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$P-D-C-Q = C_2^3 \times 1 \times C_2^3 = 3 \times 1 \times 3 = 9$$

$$P-D-E-Q = C_2^3 \times 1 \times C_1^5 = 3 \times 1 \times 5 = 15$$

$$P-F-Q = 1 \times C_1^6 = 1 \times 6 = 6$$

Jadi, banyaknya jalan terpendek dari P ke Q ada 3 + 27 + 9 + 15 + 6 = 60 cara.

5. Guru memberikan penguatan terkait aktivitas ini dengan menunjukkan perhitungan yang sesuai.



Ayo, Menggunakan Teknologi

Aktivitas ini bertujuan untuk memberikan informasi tambahan kepada peserta didik dalam meningkatkan pemahamannya. Pada tautan yang diberikan, peserta didik dapat melakukan aktivitas sesuai dengan petunjuk yang diberikan dan guru dapat mendampinginya.



Ayo, Bereksplorasi

Aktivitas ini mengajak peserta didik memahami konsep kombinasi berulang atau kombinasi dengan pengambilan elemen yang boleh sama, melalui konteks yang autentik dan relevan dengan kehidupan. Cerita dimulai dari Ahmad, seorang atlet lari yang sedang mengikuti *training center* (TC) sebagai persiapan mengikuti kejuaraan tingkat nasional. Dalam rangka menjaga kesehatan dan memenuhi kebutuhan nutrisinya, panitia menyediakan keranjang buah berisi tiga jenis buah: apel, jeruk, dan pisang, masing-masing tersedia sebanyak empat buah. Pelatih menganjurkan Ahmad untuk mengonsumsi empat buah setiap hari, tanpa harus memperhatikan urutan pengambilan, dan memungkinkan mengonsumsi lebih dari satu jenis yang sama.

Guru dapat membimbing peserta didik untuk mengeksplorasi berbagai kombinasi empat buah yang mungkin dikonsumsi Ahmad. Misalnya, 4 buah apel, 2 apel dan 2 pisang, 1 apel–1 jeruk–2 pisang, dan lain sebagainya. Dari hasil eksplorasi tersebut, peserta didik akan memahami bahwa mereka sedang menyusun berbagai kombinasi dengan pengulangan dari tiga jenis objek (apel, jeruk, dan pisang), yang total jumlahnya selalu empat. Guru kemudian menjelaskan bahwa situasi ini merupakan contoh kombinasi berulang, karena satu jenis buah dapat dipilih lebih dari satu kali, dan urutan tidak diperhatikan.

Aktivitas ini melibatkan pengambilan keputusan gizi berbasis perhitungan logis mengenai topik kesehatan dan olahraga melalui eksplorasi kombinasi yang kreatif dan menantang. Guru disarankan mengembangkan diskusi lebih lanjut, seperti membuat skenario pilihan buah untuk kebutuhan selama tiga hari, atau meminta peserta didik membuat tabel pilihan konsumsi sehat bagi atlet lainnya. Dengan demikian, peserta didik tidak hanya belajar menghitung

kombinasi, tetapi juga mengembangkan kesadaran hidup sehat dan berpikir sistematis dalam menyusun pilihan. Selanjutnya, guru mengarahkan peserta didik untuk memahami definisi kombinasi berulang.



Tahukah Kalian

Pada aktivitas ini, guru dapat menyampaikan konsep kombinasi dalam menemukan solusi penyelesaian dari suatu persamaan linear. Peserta didik diminta memperhatikan contoh yang diberikan.



Ayo, Berpikir Kritis

Guru mengajak peserta didik untuk menganalisis permasalahan yang diberikan pada aktivitas berpikir kritis. Guru dapat mengikuti petunjuk yang diberikan.



Petunjuk Guru untuk kegiatan Ayo, Berpikir Kritis

1. Berikan kesempatan dan waktu kepada peserta didik untuk mengamati aktivitas di buku siswa. Sarankan peserta didik untuk membentuk kelompok supaya lebih meningkatkan pemahaman satu sama lain.
2. Guru dapat memberikan ilustrasi terkait kegiatan ini sebagai bentuk visualisasinya. Kemudian, ajaklah setiap kelompok untuk menyusun argumen dan penjelasannya.
3. Sebagai petunjuk, guru dapat menggunakan kombinasi dalam memberikan bimbingan kepada peserta didik.



Ayo, Menggunakan Teknologi

Pada kegiatan ini, peserta didik diminta untuk memindai kode respons cepat atau mengetik tautan dengan menggunakan gawainya masing-masing. Kegiatan ini bertujuan untuk memberikan latihan lanjutan dalam

rangka meningkatkan pemahaman kepada peserta didik. Tautan tersebut berisi latihan soal kombinasi. Peserta didik dapat melakukan langkah-langkah sesuai petunjuk pada buku siswa.

Pembelajaran Berdiferensiasi

Pembelajaran kombinasi dan kombinasi berulang dalam materi peluang dapat dikembangkan secara berdiferensiasi untuk menjawab kebutuhan dan karakter belajar yang beragam dari peserta didik. Diferensiasi konten diberikan dengan memanfaatkan konteks kehidupan nyata yang dekat dengan keseharian peserta didik, seperti kasus seleksi pemain futsal, pemilihan duta antikekerasan, atau konsumsi buah atlet di *Training Center*. Konteks-konteks ini membantu peserta didik memahami bahwa kombinasi bukan sekadar rumus, tetapi bagian dari pengambilan keputusan dalam kehidupan sehari-hari yang tidak memperhatikan urutan. Pada diferensiasi proses, guru dapat mengarahkan pembelajaran melalui berbagai aktivitas eksploratif yang melibatkan diskusi kasus, perhitungan manual, hingga penggunaan teknologi interaktif. Misalnya, peserta didik yang memiliki gaya belajar visual dapat diarahkan untuk menyimak dan memanipulasi simulasi digital melalui tautan GeoGebra dan Khan Academy. Peserta didik yang memiliki minat dalam olahraga dapat mengerjakan konteks futsal dan debat sekolah. Guru juga dapat memberikan aktivitas pemecahan masalah terbuka, seperti menentukan banyak solusi dari persamaan kombinasi, yang menantang peserta didik untuk berpikir tingkat tinggi dan kritis. Sementara itu, peserta didik yang memerlukan bantuan lebih dapat dibimbing menyusun tabel pasangan kombinasi atau menyelesaikan soal dengan *scaffolding*.

Diferensiasi produk diberikan dengan cara membebaskan peserta didik menunjukkan pemahaman mereka dalam bentuk yang beragam: ada yang menyusun laporan tertulis, membuat infografik digital, presentasi kelompok, atau simulasi strategi tim. Guru juga dapat menilai peserta didik tidak hanya dari jawaban akhir, tetapi dari proses berpikir, penalaran, dan argumentasi mereka. Penilaian formatif dilakukan melalui refleksi mandiri, diskusi kelompok, dan kuis interaktif berbasis aplikasi untuk memastikan setiap peserta didik mengalami kemajuan belajar sesuai kemampuannya. Pembelajaran ini mengajak peserta didik untuk mengamati dan membedakan

konsep permutasi dan kombinasi secara saksama melalui kasus konkret. Kegiatan belajar terhubung dengan dunia nyata yang relevan bagi peserta didik, seperti olahraga, kegiatan OSIS, atau keseharian nutrisi. Selain itu, pembelajaran juga akan menyenangkan melalui aktivitas eksploratif, diskusi kelompok, dan teknologi interaktif yang membuat peserta didik aktif dan menikmati pengalaman belajar mereka. Dengan pembelajaran berdiferensiasi yang berbasis konteks autentik dan bermakna ini, diharapkan guru mampu membimbing setiap peserta didik untuk mencapai kompetensi kombinasi dan kombinasi berulang secara optimal, sesuai gaya belajar, minat, dan kesiapan masing-masing.

Subbab D: Penerapan Permutasi dan Kombinasi

Tabel 3.7 Pengalaman Belajar Materi Penerapan Permutasi dan Kombinasi

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Tahukah Kalian Mengamati tokoh yang menemukan konsep permutasi dan kombinasi.	Memahami	Menanamkan nilai-nilai moral dan etika dan nilai positif lainnya.
Ayo, Bereksplorasi Menemukan pemahaman konsep melalui aktivitas yang diberikan.	Mengaplikasi	Mengembangkan pemahaman dengan eksplorasi lebih lanjut.
Ayo, Berpikir Kritis Menganalisis permasalahan yang diberikan.	Mengaplikasi	Berpikir kritis dan mencari solusi inovatif berdasarkan pengetahuan yang ada.

Tahukah Kalian

Bagian *Tahukah Kalian* ini bisa menjadi pintu masuk yang sangat menarik untuk membangun rasa ingin tahu peserta didik terhadap topik permutasi dan kombinasi. Guru disarankan memulai dengan menyampaikan bahwa konsep ini bukanlah penemuan baru, melainkan hasil perenungan dan pengembangan panjang dari berbagai peradaban besar dunia. Sampaikan informasi ini secara naratif dan penuh semangat agar peserta didik merasakan bahwa matematika memiliki jejak sejarah yang kaya dan bernilai budaya.

Guru dapat membimbing peserta didik untuk menyusuri sejarah melalui pertanyaan-pertanyaan reflektif, seperti: *"Tahukah kalian bahwa konsep matematika yang sedang kita pelajari pernah digunakan dalam ramalan kuno Tiongkok?"* atau *"Pernahkah kalian membayangkan bahwa kriptografi atau penyandian rahasia di zaman Arab kuno menggunakan permutasi huruf layaknya permainan logika?"*. Pertanyaan-pertanyaan ini dapat memancing rasa penasaran peserta didik dan mengaitkan matematika dengan kisah manusia.

Selanjutnya, ajak peserta didik mendiskusikan bagaimana konsep ini digunakan oleh Bhaskara II di India, Fabian Stedman di Inggris, dan ilmuwan Eropa seperti Pascal, Fermat, hingga Galois. Pandu mereka untuk menyimpulkan bahwa pemahaman tentang pola dan susunan bukan hanya alat berhitung, tetapi juga kunci dalam seni, bahasa, dan bahkan perjudian! Guru dapat mengaitkannya dengan konteks kekinian, seperti pengamanan sandi digital (kriptografi modern), pemrograman, atau bahkan algoritma media sosial yang menggunakan prinsip kombinatorial. Untuk memperdalam keterlibatan peserta didik, guru dapat menugaskan mereka membuat lini masa sejarah permutasi dan kombinasi, menyusun peta konsep tokoh dan kontribusinya, atau membuat refleksi singkat tentang tokoh yang paling menginspirasi mereka dan alasannya. Kegiatan ini mengajak peserta didik menyadari sejarah konsep yang dipelajari dan terhubung dengan perkembangan ilmu dan dapat menumbuhkan apresiasi terhadap ilmu.

Dengan pendekatan ini, guru tidak hanya mengajar rumus, tetapi juga membuka jendela sejarah, budaya, dan nilai-nilai keilmuan, yang menjadikan matematika lebih hidup dan bermakna bagi peserta didik.

Ayo, Bereksplorasi

Aktivitas ini mengajak peserta didik untuk bereksplorasi dengan situasi kontekstual yang dekat dengan kehidupan mereka, yaitu penyusunan strategi tim futsal dalam menghadapi pertandingan. Guru dapat membuka kegiatan dengan mengajak peserta didik memperhatikan kembali Gambar 3.6 yang menunjukkan rutinitas latihan tim futsal SMA Abhipraya. Selanjutnya, guru mendorong peserta didik untuk membayangkan bahwa tim tersebut akan berlaga di turnamen Bupati Cup. Terdapat 10 pemain yang tersedia, namun hanya 5 pemain yang akan diturunkan sesuai posisi: kiper, *anchor*, *pivot*, dan dua *flank*.

Guru dapat membimbing peserta didik dengan memberikan informasi berikut: dari 10 pemain, hanya 2 orang yang bisa mengisi posisi kiper, 3 orang yang dapat menjadi *anchor*, 4 orang sesuai sebagai *pivot*, dan sisanya dapat diatur untuk posisi *flank*. Peserta didik diminta menyelidiki: berapa banyak susunan pemain yang berbeda dapat dibentuk dengan ketentuan tersebut? Ajukan pertanyaan terbuka kepada peserta didik, seperti: *"Jika kamu sebagai pelatih, bagaimana kamu menentukan kombinasi terbaik dari pemain yang ada?"* atau *"Apakah jumlah susunan yang mungkin akan meningkat atau menurun jika posisi yang bisa dimainkan semakin terbatas?"*

Peserta didik diminta untuk menuliskan temuan mereka dalam tabel yang disediakan, mengisi siapa saja yang dipilih untuk posisi kiper, *anchor*, *flank*, dan *pivot* berdasarkan ketentuan yang ada. Guru dapat mendorong diskusi antarkelompok untuk membandingkan hasil temuan dan mengevaluasi apakah pendekatan yang digunakan bersifat sistematis dan matematis. Gunakan diskusi ini sebagai pintu masuk mengenalkan konsep permutasi dengan batasan (*constraint-based permutation*).

Selanjutnya, guru dapat memperdalam eksplorasi dengan menyampaikan bahwa pelatih futsal, Pak Sauca, menggunakan strategi serangan tiga langkah: bola dimulai dari *anchor*, diteruskan ke salah satu *flank*, dan diselesaikan oleh *pivot*. Guru bisa mengajak peserta didik menghitung berapa banyak pola serangan berbeda yang dapat dilakukan, dan bagaimana hal tersebut berkaitan dengan konsep aturan perkalian dalam permutasi. Dorong peserta

didik untuk merefleksikan: *Apakah lebih banyak pilihan pola serangan akan meningkatkan peluang menang? Apa pentingnya memilih pemain sesuai posisi yang optimal?*

Akhir kegiatan ditutup dengan pertanyaan reflektif: *"Menurut kalian, apakah tim SMA Abhipraya akan menang dengan susunan pemain dan strategi yang kalian buat?"* Ajakan ini membuka ruang berpikir kritis dan bernalar, mendorong peserta didik untuk mengaitkan hasil eksplorasi matematis dengan pengambilan keputusan yang logis dalam kehidupan nyata.



Ayo, Berpikir Kritis

Aktivitas ini bertujuan melatih kemampuan peserta didik dalam menganalisis peluang dan strategi melalui konteks adu penalti yang dialami tim futsal SMA Abhipraya. Guru dapat memulai dengan menggambarkan situasi pertandingan yang berakhir imbang dan berlanjut ke adu penalti, lalu mengajukan pertanyaan pemantik seperti: “Berapa banyak kemungkinan hasil dari lima tendangan penalti?” atau “Bagaimana menyusun strategi penempatan penendang terbaik: di awal, tengah, atau akhir?” Arahkan peserta didik untuk menggunakan konsep peluang biner (gol atau gagal) dan mengeksplorasi berbagai kombinasi hasil. Diskusi kelompok dianjurkan agar mereka dapat membandingkan strategi dan menyimpulkan pilihan terbaik berdasarkan analisis peluang serta pengaruh psikologis terhadap tim. Aktivitas ini tidak hanya memperkuat pemahaman matematika, tetapi juga membentuk kemampuan berpikir kritis karena peserta didik diajak untuk berpikir reflektif, strategis, dan kontekstual.

Pembelajaran Berdiferensiasi

Pembelajaran materi permutasi, kombinasi, dan Binomial Newton ini dirancang dengan pendekatan pembelajaran berdiferensiasi yang mengakomodasi keragaman peserta didik dalam hal minat, kesiapan, dan profil belajar. Di awal kegiatan, peserta didik diajak menelusuri sejarah perkembangan konsep ini melalui kisah para ilmuwan dari berbagai peradaban dunia seperti Tiongkok, India, Arab, Eropa, hingga Prancis. Narasi sejarah ini bertujuan untuk

menarik peserta didik yang memiliki minat pada bidang humaniora, sekaligus menunjukkan bahwa matematika memiliki akar yang kuat dalam budaya dan kehidupan nyata. Guru dapat memanfaatkan strategi pembelajaran berbasis cerita (*storytelling*) untuk menyentuh sisi afektif peserta didik, membangun rasa ingin tahu, serta memperkenalkan konsep melalui konteks yang inspiratif dan bermakna.

Selanjutnya, pembelajaran difokuskan pada aktivitas eksplorasi dan diskusi berbasis konteks olahraga futsal, yang disesuaikan dengan kebutuhan dan kesiapan belajar peserta didik. Mereka diajak menganalisis berbagai kemungkinan susunan pemain dan strategi pola serangan berdasarkan posisi *anchor*, *flank*, dan *pivot*, sehingga mempraktikkan konsep permutasi secara konkret dan visual. Aktivitas ini menumbuhkan pemahaman peserta didik melalui pendekatan eksperiensial dan kolaboratif, di mana mereka menyusun tabel temuan, membandingkan strategi, dan menjelaskan alasan pilihan mereka. Guru dapat memfasilitasi peserta didik yang membutuhkan bantuan dengan *scaffolding* berupa petunjuk langkah-langkah, sedangkan bagi peserta didik yang lebih siap, guru bisa memberi tantangan tambahan seperti menyusun strategi optimal berbasis peluang. Aktivitas dilanjutkan dengan analisis peluang dalam adu penalti dan penggunaan Binomial Newton, sehingga peserta didik dapat menerapkan konsep kombinasi dan probabilitas dalam situasi yang relevan dan nyata.

Akhir pembelajaran memberikan ruang bagi peserta didik untuk menunjukkan pemahamannya melalui produk belajar yang beragam, seperti menyusun strategi penalti terbaik, membuat grafik peluang, atau menyelesaikan soal numerik terkait ekspansi binomial. Guru memberikan pilihan bentuk tugas akhir untuk menyesuaikan gaya belajar peserta didik, serta menggunakan rubrik penilaian fleksibel yang berfokus pada pemahaman konsep. Dengan pendekatan ini, peserta didik tidak hanya belajar secara kognitif, tetapi juga dapat menyadari makna dari konsep yang dipelajari, merasa bahwa pembelajaran relevan dengan kehidupan mereka, dan menikmati proses eksplorasinya. Guru berperan sebagai fasilitator aktif yang menciptakan lingkungan belajar yang adil, inklusif, dan memberdayakan seluruh peserta didik untuk berkembang sesuai potensinya.

G. SUMATIF

Alternatif Sumatif 1

Sebagai bentuk asesmen sumatif yang menyeluruh, guru dapat memberikan penugasan kontekstual yang menantang peserta didik untuk menerapkan konsep kaidah pencacahan dalam kehidupan nyata. Penugasan ini dirancang tidak hanya untuk mengukur penguasaan konsep matematika seperti aturan perkalian, permutasi, kombinasi, dan Binomial Newton, tetapi juga untuk menumbuhkan keterampilan berpikir kritis, kreatif, serta kemampuan komunikasi matematis peserta didik.

Peserta didik akan diminta memilih satu dari beberapa tema proyek yang disediakan, seperti menyusun strategi turnamen antarkelas, merancang sistem kode keamanan, atau membuat variasi paket hadiah dengan pilihan barang berbeda. Dalam proyek ini, mereka diharapkan menjelaskan konteks masalah, mengidentifikasi data yang diperlukan, menerapkan prinsip pencacahan secara matematis, serta menyajikan hasil dalam bentuk laporan tertulis yang logis, terstruktur, dan menarik. Laporan dapat diperkuat dengan visualisasi berupa diagram, tabel, atau skema untuk mendukung kejelasan komunikasi matematis mereka.

Tugas ini akan memotivasi peserta didik untuk melihat relevansi konsep matematika dalam kehidupan sehari-hari. Guru dapat memberikan ruang bagi peserta didik untuk berdiskusi, bereksplorasi dengan data, bahkan membuat presentasi hasil kerjanya kepada kelas. Melalui penugasan ini, peserta didik belajar bukan hanya untuk mengingat rumus, tetapi juga menggunakannya sebagai alat berpikir dalam menyelesaikan masalah nyata secara sistematis dan bermakna.

Tabel 3.8 Rubrik Penilaian Proyek "Investasi Cerdas: Simulasi Keuangan Pribadi"

Aspek yang dinilai	Mulai Berkembang (MB)	Sedang Berkembang (SB)	Berkembang Sesuai Harapan (BSH)	Sangat Berkembang (SAB)
Pemahaman Konsep	Penjelasan tentang konsep pencacahan keliru atau tidak ada.	Menjelaskan konsep pencacahan secara parsial atau tidak lengkap.	Menjelaskan konsep pencacahan dengan benar sebagian besar konsep.	Menjelaskan konsep pencacahan dengan benar dan lengkap semua konsep yang digunakan.

Aspek yang dinilai	Mulai Berkembang (MB)	Sedang Berkembang (SB)	Berkembang Sesuai Harapan (BSH)	Sangat Berkembang (SAB)
Ketepatan Perhitungan	Banyak kesalahan mendasar pada perhitungan menggunakan rumus.	Beberapa kesalahan perhitungan menggunakan rumus.	Sebagian besar perhitungan menggunakan rumus benar.	Semua langkah perhitungan menggunakan rumus benar dan lengkap.
Logika Penyelesaian	Tidak menunjukkan alur logis yang dapat dinilai.	Alur berpikir tidak jelas atau lompat-lompat.	Langkah cukup logis meski ada bagian kurang jelas.	Langkah sistematis, logis, dan mudah dipahami.
Kontekstualisasi Masalah	Konteks tidak dijelaskan atau tidak relevan.	Konteks disampaikan seadanya.	Konteks cukup jelas dan relevan.	Konteks dijelaskan secara menarik dan relevan.
Kreativitas Penyajian	Tidak ada visualisasi atau tidak relevan.	Visualisasi seadanya dan kurang mendukung.	Visualisasi cukup informatif dan sesuai.	Visualisasi menarik, informatif, dan memperkuat isi.
Komunikasi Tertulis	Bahasa kacau dan sulit dipahami.	Bahasa cukup baik, beberapa bagian membi-ngungkan.	Bahasa baik dengan sedikit kekeliruan.	Bahasa baku, sistematis, tanpa kesalahan berarti.

Keterangan

Skor Maksimal : 6 aspek × 4 = 24

Kriteria Ketuntasan

Skor 21–24 : Tuntas Sangat Baik

Skor 17–20 : Tuntas Minimum

Skor ≤16 : Belum Tuntas (Remedial)

Alternatif Sumatif 2

Peserta didik diharapkan mampu mengintegrasikan konsep aturan pencacahan, permutasi, dan kombinasi dalam menyelesaikan masalah kontekstual. Oleh karena itu, guru dapat memberikan kegiatan sumatif berbasis proyek atau

tugas individu-kelompok yang menuntut pemahaman, kreativitas, dan penerapan konsep dalam kehidupan nyata. Guru dapat mengarahkan peserta didik untuk memilih salah satu dari beberapa konteks berikut.

- Menyusun strategi pertandingan futsal berdasarkan kombinasi pemain dan peluang kemenangan.
- Menyusun paket amal dengan kriteria berbeda, menggunakan prinsip aturan perkalian dan kombinasi.
- Mendesain sistem kode keamanan atau barcode berdasarkan aturan permutasi dan kombinasi.

Kegiatan ini mendorong peserta didik untuk berpikir kritis (*critical thinking*), menyampaikan ide secara matematis (*mathematical communication*), dan merefleksikan penggunaan matematika dalam kehidupan (*real-life application*). Guru perlu membimbing proses perencanaan, pelaksanaan, diskusi hasil, serta presentasi karya.

Petunjuk kegiatan sumatif untuk peserta didik

Kegiatan ini merupakan sumatif proyek dengan mengaitkan materi dalam kehidupan nyata.

Petunjuk pelaksanaan:

1. Pilih salah satu dari 3 tema berikut.
   a. Strategi penempatan pemain futsal.
   b. Paket kado amal OSIS.
   c. Desain sistem kode keamanan atau *barcode*.
2. Lakukan eksplorasi data atau simulasi sesuai tema menggunakan kaidah pencacahan.
3. Gunakan pendekatan matematis: aturan penjumlahan atau perkalian, permutasi, kombinasi, atau binomial Newton sesuai konteks.
4. Susun laporan dalam bentuk infografik, poster, atau paparan digital.
5. Presentasikan hasil dan strategi perhitungan kalian di depan kelas secara berkelompok atau individu.

Tabel 3.9 Rubrik Penilaian Penugasan Portofolio

Aspek yang Dinilai	Indikator Pencapaian	Skor Maksimal
Pemahaman Konsep	Menjelaskan konsep kaidah pencacahan (aturan perkalian atau penjumlahan, permutasi, kombinasi, binomial) secara tepat sesuai konteks.	25
Akurasi Perhitungan Matematika	Melakukan perhitungan kombinatorial (C_r^n, P_n^r, perkalian) dengan benar, serta menunjukkan pemahaman dalam pemilihan rumus.	25
Kreativitas Produk	Produk sumatif disusun dengan ide kreatif, menarik secara visual, dan mudah dipahami.	20
Relevansi Konteks Kehidupan	Tugas terkait dengan kehidupan nyata dan menunjukkan aplikasi konkret matematika.	15
Kemampuan Presentasi dan Refleksi	Menyampaikan hasil kerja dengan percaya diri, runtut, serta dapat menjawab pertanyaan dan merefleksikan pengalaman belajarnya.	15
Total Skor		**100**

Catatan Guru

a. Dampingi dan bimbing peserta didik yang membutuhkan bantuan dengan *scaffolding* atau bimbingan bertahap.

b. Pastikan semua peserta didik terlibat aktif dan memahami makna pembelajaran, bukan sekadar menyelesaikan tugas.

H. KUNCI JAWABAN

Latihan 3.1

1. Diketahui:

   Bolpoin merah : 5 buah

   Bolpoin hitam : 2 buah

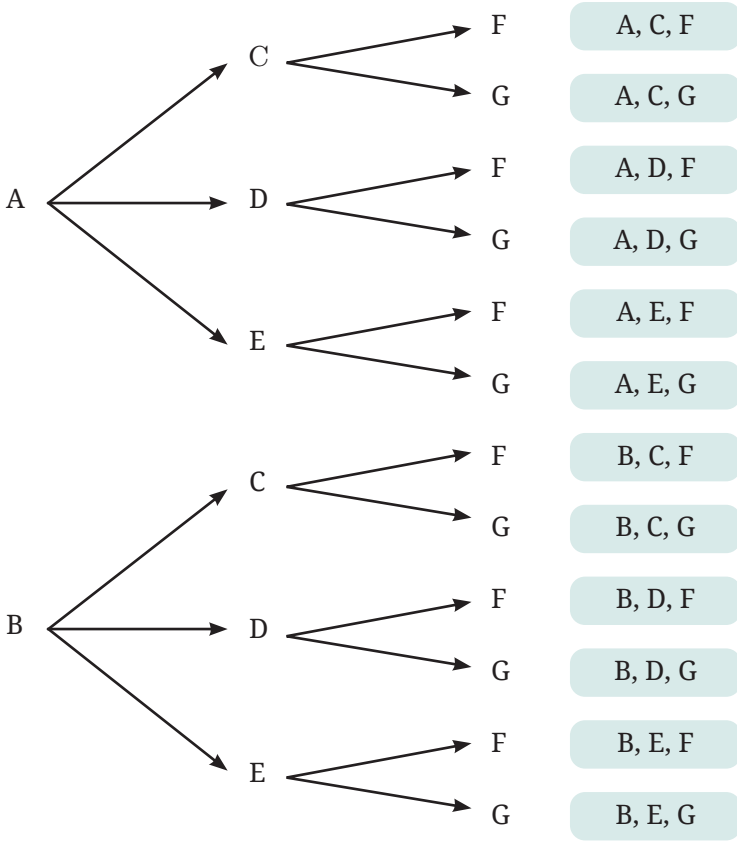
   Bolpoin biru : 4 buah

Karena Ahmad hanya dapat menggunakan satu bolpoin saat belajar, maka menggunakan konsep aturan penjumlahan. Dengan demikian, banyak cara Ahmad menggunakan bolpoin ada 5 + 2 + 4 = 11 cara.

2. Banyak kemungkinan pengurus inti

Misal:

Achmad	= A	Erik	= E
Budi	= B	Fitri	= F
Citra	= C	Gina	= G
Danita	= D		



Jadi, banyak kemungkinan susunan pengurus inti adalah 2 × 3 × 2 = 12.

Pernyataan	Benar	Salah
Jumlah pilihan ketua adalah 2 siswa.	✓	
Setelah memilih ketua, setiap kandidat hanya bisa berpasangan dengan 2 wakil ketua.		✓
Untuk setiap pasangan ketua dan wakil, terdapat 2 pilihan sekretaris.	✓	
Total pasangan pengurus inti OSIS yang mungkin adalah 12.	✓	
Jika ditambahkan satu kandidat sekretaris baru, total pemilihannya menjadi 18.		✓

3. Diketahui:

   Terdapat 5 potong kemeja, 4 celana panjang, dan 3 pasang sepatu.

   Untuk banyak setelan berbeda yang dibuat, dapat menggunakan konsep aturan perkalian.

   Jadi, banyak setelan berbeda yang dapat dikenakan adalah $5 \times 4 \times 3 = 60$ setelan.

4. Berikut ilustrasi 10 posisi yang menunjukkan siswa berbaris dengan kemungkinan yang terjadi



   Terdapat 10 posisi dan 2 pilihan dengan ketentuan siswa paling pendek harus berada di paling pinggir supaya dia tidak diapit oleh siswa lain yang lebih tinggi. Kedua pilihan posisi tersebut dapat berada di ujung kiri atau ujung kanan.



Selanjutnya, tersisa 9 siswa yang akan menempati posisi yang lain. Siswa terpendek berikutnya juga dapat memilih 2 posisi di pinggir (ilustrasi kotak kuning), supaya tidak diapit oleh siswa lainnya juga.



Dan seterusnya, terdapat 8 posisi yang tersisa dan ada 2 posisi yang dapat dipilih oleh siswa terpendek berikutnya. Dengan demikian, siswa selanjutnya tetap memiliki 2 posisi yang tersisa dan dapat memilih di posisi pinggir seperti ilustrasi kotak kuning, sedangkan siswa kesepuluh mengambil posisi sisanya.

Berdasarkan ilustrasi tersebut, secara matematis ditunjukkan

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^9 = 512$$

Jadi, terdapat 512 cara membuat susunan barisan tersebut.

5. Diketahui:

   Terdapat dua kelompok umur.

   Total pemain: 24 pemain

   Kelompok anak: 15 pemain

   Putra: 8 pemain

   Putri: 7 pemain

   Kelompok remaja: 9 pemain

   Putra: 6 pemain

   Putri: 3 pemain

   a. Kedua pemain dari kelompok remaja, maka formasi ganda campurannya adalah

      $6 \times 3 = 18$ formasi pasangan.

   b. Satu pemain dari masing-masing kelompok.

      Putra (remaja) dan putri (anak): $6 \times 7 = 42$ formasi pasangan.

      Putra (anak) dan putri (remaja): $8 \times 3 = 24$ formasi pasangan.

      Jadi, total formasi pasangan yang didapatkan adalah $42 + 24 = 66$ formasi pasangan.

Latihan 3.2

1. Diketahui:

   Total siswa: 12 siswa

   Ketentuan:

   Mobil 1: 3 orang

   Mobil 2: 3 orang

   Mobil 3: 2 orang

   Mobil 4: 4 orang

   Karena kapasitas mobil berbeda, maka setiap mobil dianggap berbeda, sehingga mengakibatkan urutan kelompoknya berpengaruh. Dengan menggunakan konsep permutasi, didapatkan

   $$\textit{Banyak kemungkinan cara} = \frac{12!}{3! \times 3! \times 2! \times 4!}$$

   $$= \frac{\cancel{12} \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times \cancel{6} \times 5 \times \cancel{4!}}{\cancel{6 \times 6 \times 2 \times 4!}}$$

   $$= 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 5$$

   $$= 277.200$$

   Jadi, terdapat 277.200 cara siswa dapat terangkut ke dalam mobil.

2. Diketahui:

   Ada 7 orang siswa,

   Karena akan berbaris, maka menggunakan permutasi siklis.

   Banyak susunan barisan adalah

   $$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5.040 \text{ susunan}$$

3. Diketahui:

   Novel jenis A: 3 buku

   Novel jenis B: 3 buku

   Novel jenis C: 2 buku

   Total Novel = 3 + 3 + 2 = 8 buku

   Novel dengan jenis yang sama dianggap identik, sehingga diperlukan pengulangan dalam menghitungnya.

Selanjutnya, mengecek kebenaran dari setiap pernyataan.

- Terdapat 560 cara menyusun novel jika ditata secara acak.

  Karena ditata secara acak dari 8 novel yang tersedia, maka didapatkan

$$\begin{aligned} \textit{Banyak cara menyusun} \\ \textit{(dengan pengulangan)} &= \frac{8!}{3! \times 3! \times 2!} \\ &= \frac{8 \times 7 \times \cancel{6} \times 5 \times \cancel{4 \times 3!}}{\cancel{3! \times 6 \times 2}} \\ &= 8 \times 7 \times 5 \times 2 \\ &= 560 \end{aligned}$$

  Jadi, pernyataan ini benar (diberikan centang).

- Jika novel jenis B ditata berdekatan, maka terdapat 60 cara menyusun novel.

  Terdapat ketentuan bahwa novel jenis B ditata berdekatan, maka dianggap yang berdekatan sebagai jenis yang identik mengakibatkan hanya terdapat 6 novel keseluruhan. Dengan demikian, didapatkan

$$\begin{aligned} \textit{Banyak cara menyusun} \\ \textit{(dengan pengulangan)} &= \frac{6!}{3! \times 2! \times 1!} \\ &= \frac{6 \times 5 \times \cancel{4 \times 3!}}{\cancel{3! \times 2}} \\ &= 6 \times 5 \times 2 \\ &= 60 \end{aligned}$$

  Jadi, pernyataan ini benar (diberikan centang).

- Terdapat 500 cara menyusun novel, jika tidak ada novel jenis A berdekatan.

  Jika tidak ada yang berdekatan, secara matematis caranya seperti pada pernyataan ke-1. Hasil yang ditemukan adalah 560, bukan 500. Jadi, pernyataan ini salah.

- Terdapat 30 cara menyusun novel, jika novel jenis C ditata bersebelahan.

  Ketika novel jenis C ditata bersebelahan, maka dianggap identik, sehingga terdapat 7 novel secara keseluruhan. Dengan demikian, didapatkan

Banyak cara menyusun
(dengan pengulangan) $= \frac{7!}{3! \times 3! \times 1!}$

$= \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3! \times 6}}$

$= 7 \times 5 \times 4$

$= 140$

Jadi, pernyataan ini salah.

4. Diketahui:

Suatu plat nomor yang disusun seperti ilustrasi pada kotak berikut.



- Kotak merah hanya dapat diisi oleh 1 pasangan kemungkinan tetap yaitu KN.
- Kotak warna hijau di isi oleh empat angka bebas dan boleh berulang, maka banyak kemungkinan yang terjadi adalah $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^4 = 256$ cara.
- Kotak terakhir warna kuning dapat diisi oleh empat huruf berbeda maka banyak kemungkinan yang terjadi adalah $P(4, 3) = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$. Jadi, terdapat 24 cara.

Dengan demikian, total banyak kemungkinan adalah

$$1 \times 256 \times 24 = 6.144 \text{ cara}$$

5. Diketahui:

Terdapat 10 lukisan prioritas.

Terdapat 4 lukisan yang selalu berdampingan.

Langkah 1

Hitung dahulu kemungkinan 4 lukisan yang selalu berdampingan, maka terdapat

$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ cara.

Selanjutnya, posisi tersebut akan selalu berpindah seperti ilustrasi berikut.



Posisi 1



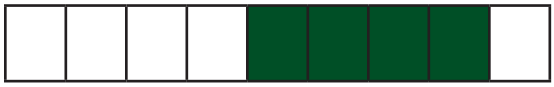
Posisi 2



Posisi 3



Posisi 4



Posisi 5



Posisi 6

Karena terdapat 6 posisi maka banyak kemungkinan untuk lukisan yang selalu berdampingan adalah $6 \times 24 = 144$.

Langkah 2

Lukisan yang belum terpasang sisanya berjumlah $10 - 4 = 6$, maka terdapat 6 lukisan yang akan dipasang berikutnya.

Banyak cara menyusun 6 lukisan adalah $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ cara.

Berdasarkan Langkah 1 dan 2, maka banyak kemungkinan susunan pemasangan lukisan prioritas tersebut adalah $144 \times 720 = 103.680$ cara.

6. Diketahui:

Pada kata “LABUAN BAJO” terdapat 11 huruf.

Selanjutnya, menentukan huruf-huruf yang sama, yaitu huruf A muncul 3 kali dan huruf B muncul 2 kali, maka banyak susunan huruf yang mungkin adalah

$$\begin{aligned} \textit{susunan huruf} &= \frac{11!}{3! \times 2!} \\ &= \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4 \times 3!}}{\cancel{3! \times 2}} \\ &= 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 2 \\ &= 3.326.400 \end{aligned}$$

Jadi, banyak susunan huruf yang dapat dijadikan suvenir adalah 3.326.400 susunan.

Latihan 3.3

1. *Jawaban*

Pernyataan	Benar	Salah
Memilih 3 siswa dari 10 siswa untuk menjadi pengurus kelas adalah contoh dari penggunaan kombinasi.		✓
Jika terdapat 5 siswa dan hanya tersedia 3 kursi, maka banyak cara siswa tersebut duduk adalah kombinasi C_3^5.	✓	
Kombinasi dapat digunakan untuk menghitung banyak cara memilih anggota dari suatu kelompok.	✓	
Terdapat 7 buku, banyak cara menyusun 3 buku untuk dibaca adalah 35 cara.		✓

Pembahasan

Pernyataan 1: Pernyataan salah, karena memilih pengurus kelas pasti memperhatikan urutan dan tanggung jawab, maka seharusnya menggunakan konsep permutasi.

Pernyataan 2: Pernyataan benar.

Pernyataan 3: Pernyataan benar.

Pernyataan 4: Pernyataan salah, karena buku tidak bisa dibaca secara bersamaan, maka menggunakan konsep permutasi. Jadi, banyaknya cara adalah $7 \times 6 \times 5 = 210$ cara.

2. Diketahui:

Banyak soal: 8 soal

Soal yang dipilih: 5 soal

Banyak soal yang dapat dipilih adalah

$$C_5^8 = \frac{8!}{(8-5)!5!}$$
$$= \frac{8 \times 7 \times \cancel{6 \times 5!}}{\cancel{5! \times 3!}}$$
$$= 8 \times 7$$
$$= 56$$

Jadi, banyak cara melakukan pertukaran soal adalah 56 cara.

3. *Jawaban*

Pernyataan	Benar	Salah
Jika guru memilih 3 siswa dari 6 siswa secara acak, maka terdapat 20 cara berbeda.	✓	
Jika guru memilih 3 siswa dari 6 siswa dengan memperhatikan urutan pemilihan, maka terdapat 120 cara berbeda.	✓	
Jika guru memilih 2 siswa dari 6 siswa dan 1 siswa dari 3 siswa yang tersisa, maka terdapat 60 cara berbeda.	✓	

Pembahasan

Pernyataan 1: Pernyataan benar

Pernyataan 2: Pernyataan benar

Pernyataan 3: Pernyataan salah, seharusnya sebagai berikut.

Total cara pemilihan siswa $C_2^6 \times C_1^3 = \frac{6!}{(6-2)!2!} \times \frac{3!}{(3-1)!1!} = 15 \times 3 = 45$.

4. *Penyelesaian*

   Pernyataan 1: Pernyataan benar.

   Pernyataan 2: Pernyataan salah, seharusnya 10.

   Pernyataan 3: Pernyataan salah, seharusnya 3.

   Pernyataan 4: Pernyataan benar.

5. Diketahui:

   Terdapat 5 jenis pernak-pernik berwarna merah, kuning, biru, hijau, dan putih.

   Jenis pernak-pernik yang bisa dihasilkan adalah

$$C_3^5 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!} \times 2!} = \frac{20}{2} = 10$$

   Jadi, banyak jenis pernak-pernik yang dapat dihasilkan adalah 10 cara.

Latihan 3.4

1. Diketahui:

   n = 3

   r = 2

   p = 0,6

   q = 1 – 0,6 = 0,4

   Dengan demikian

$$\begin{aligned} P(r) &= C_r^n p^r q^{n-r} \\ P(2) &= C_2^3 (0,6)^2 (0,4)^{3-2} \\ &= 3 \cdot (0,6)^2 (0,4)^1 \\ &= 3 \cdot 0,36 \cdot 0,4 \\ &= 0,432 \end{aligned}$$

   Jadi, peluang tim futsal memenangkan tepat 2 dari 3 pertandingan pertama sebesar 0,432.

2. Diketahui:

$n = 12$

$r = 8$

$p = 0{,}7$

$q = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$

Dengan demikian

$$P(\text{r}) = C_r^n p^r q^{n-r}$$

$$P(8) = C_8^{12} (0{,}7)^8 (0{,}3)^4$$

$$= 3 \cdot (0{,}6)^2 (0{,}4)^1$$

$$= 3 \cdot 0{,}36 \cdot 0{,}4$$

$$= 0{,}432$$

Jadi, peluang tim futsal memenangkan tepat 2 dari 3 pertandingan pertama adalah 0,432.

3. Diketahui:

$n = 5$

$r = 2$

$$(a + b)^n = \sum_{r=0}^{n} C_r^n a^{n-r} b^r]$$

$$(b + 2s)^5 = \sum_{r=2}^{5} C_2^5 b^2 (2s)^3$$

$$= \frac{5!}{(5-2)! \cdot 2!} \cdot b^2 \cdot 8s^3$$

$$= \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \cdot 3!} \cdot b^2 \,.\, 8s^3$$

$$= \frac{20}{2} \cdot 8 \,.\, b^2 \,.\, s^3$$

$$= 10 \cdot 8 \cdot b^2 \cdot s^3$$

$$= 80b^2s^3$$

Jadi, banyak cara Putri dapat menjawab tepat 2 soal benar yaitu koefisien saat b^2s^3 adalah 80.

Kunci Jawaban Uji Kompetensi Bab 3

1. Diketahui:

   Banyak angka yang digunakan 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 = 8 angka

0	8	4	4					2	1	1	2

   Maka, yang akan di isi ada 4 tempat

   Banyak nomor kartu = $8^4 = 4.096$

   Jadi, banyak nomor kartu yang dibuat adalah 4.096 nomor

   Jawaban: B

2. Diketahui:

   Boneka kuning = 1 blok

   Boneka merah = 3

   Boneka biru = 4

   Banyak boneka = 3 + 4 + 1 = 8

   Maka, menggunakan rumus permutasi

   $$P = \frac{8!}{3!4!1!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3 \times 2 \times 1 \times 4!} = 8 \times 7 \times 5 = 280$$

   Jadi, banyak cara menata boneka adalah 280 cara

   Jawaban: A

3. Diketahui

   Angka 0, 1, 2, 3, 4

   Ditanya:

   Banyak bilangan tiga angka kurang dari 400

   Ratusan: ada angka 1, 2, 3

   Puluhan: ada angka 1, 2, 3, 4

   Satuan: ada angka 2, 3, 4

   Jadi, banyak bilangan berbeda yang dapat dibuat adalah $3 \times 4 \times 3 = 36$

   Jawaban: C

4. Diketahui:

   Kupon hadiah dari swalayan ***AAmart*** dari angka 1, 2, 2, 6, 8

   Ditanya:

   Kupon lebih besar dari 62.000, maka

   Angka pertama 8, yaitu $\frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!} = 12$

   Angka pertama 6 dan kedua 8, yaitu $\frac{3!}{2!} = \frac{3 \times 2!}{2!} = 3$

   Angka pertama 6 dan kedua 2, yaitu $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

   Jadi, banyak kupon dengan kode lebih besar dari 62.000 adalah $12 + 3 + 6 = 21$ kupon

   Jawaban: C

5. Diketahui:

   Angka 0, 1 , 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

   Akan mengisi tiga buah angka berbeda, maka

   Tiga angka di awal

   $$P_3^{10} = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7!} = 10 \times 9 \times 8 = 720$$

   Tiga angka di akhir

   $$P_3^{10} = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7!} = 10 \times 9 \times 8 = 720$$

   Jadi, banyak cara penyusunan kata sandi adalah $2 \times 720 = 1.440$

   Jawaban: C

6. Diketahui:

   Banyak penumpang 30 orang

   Sisa penumpang selain pengemudi: 10 – 3 = 7 orang

   Menggunakan konsep kombinasi

   - Minimal 1 penumpang, maka

     Banyak kemungkinan $= 3 \times C_3^7 \times C_3^4 \times C_1^1$

     $$= 3 \times \frac{7!}{(7-3)!3!} \times \frac{4!}{(4-3)!3!} \times \frac{1!}{(1-1)!1!}$$

     $$= 3 \times 7 \times 5 \times 4 \times 1 = 420$$

- Minimal 2 penumpang, maka

  Banyak kemungkinan $= 3 \times C_3^7 \times C_2^4 \times C_2^2$

  $$= 3 \times \frac{7!}{(7-3)!3!} \times \frac{4!}{(4-2)!2!} \times \frac{1!}{(1-1)!1!}$$
  $$= 3 \times 7 \times 5 \times 6 \times 1 = 630$$

Banyak kemungkinan komposisi berbeda menempatkan penumpang adalah

$$420 + 630 = 1.050$$

Jawaban: B

7. Diketahui 8 orang duduk melingkar dan bebas.

   Permasalahan tersebut menggunakan konsep permutasi siklis, yaitu $(n-1)!$.

   Diawali menentukan kondisi duduk melingkar saat rapat yaitu

   $$(6-1)! = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

   Untuk ketua, sekretaris, dan bendahara kemungkinan yang terjadi, yaitu

   $$6 \times 5 \times 4 = 120$$

   Banyak cara yang terjadi

   $$120 \times 120 = 14.400$$

   Jadi, banyak cara 6 siswa duduk secara melingkar saat ketua, sekretaris, dan bendahara harus duduk terpisah adalah 14.400 cara.

8. Diketahui

   $n = 5$

   $r = 2$

$$(a+b)^n = \sum_{r=0}^{n} C_r^n a^{n-r} b^r$$

$$(2t+h)^5 = \sum_{r=2}^{5} C_2^5 (2t)^3 h^2$$

$$= \frac{5!}{(5-2)! \cdot 2!} \cdot 8t^3 \cdot h^2$$

$$= \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \cdot 3!} \cdot 8t^3 \cdot h^2$$

$$= \frac{20}{2} \cdot 8 \cdot t^3 \cdot h^2$$

$$= 10 \cdot 8 \cdot t^3 \cdot h^2$$

$$= 80t^3 h^2$$

Jadi, total kontribusi waktu memberi pengaruh 3 bagian dan kelembaban 2 bagian yaitu koefisien saat $t^3\,h^2$ adalah 80.

9. Diketahui

   Banyak soal = 8

   Soal yang dikerjakan 5

   Dengan demikian

$$C_5^8 = \frac{8!}{5!\,(8-5)!} = \frac{8\times 7\times 6\times \cancel{5!}}{\cancel{5!}\times 3!} = \frac{8\times 7\times \cancel{6}}{\cancel{6}} = 8\times 7 = 56$$

   Jadi, banyak jenis pilihan soal yang mungkin dikerjakan ada 56.

10. Diketahui

    Banyak kecambah: 6

    a. Banyak kombinasi 2 kecambah tumbuh optimal

       Hal ini berarti

$$C_2^6 = \frac{6!}{2!\,(6-2)!} = \frac{6\times 5\times \cancel{4!}}{\cancel{4!}\times 2!} = \frac{6\times 5}{2} = 3\times 5 = 15$$

       Banyak kombinasi 2 kecambah tumbuh optimal adalah 15

    b. Peluang 3 tumbuh optimal

$$\begin{aligned} P(r) &= C_r^n\, p^r\, q^{n-r} \\ P(3) &= C_3^6\,(0{,}65)^3\,(0{,}35)^3 \\ &= 20 \cdot 0{,}2746 \cdot 0{,}0428 \\ &= 0{,}235 \end{aligned}$$

    Jadi, peluang 3 kecambah tumbuh optimal adalah 0,235.

    Kunci kecocokan: 1–A, 2–D, 3–E, 4–B

I. Tindak Lanjut

Tindak lanjut pembelajaran bertujuan untuk memastikan seluruh peserta didik mencapai kompetensi yang ditetapkan, baik dalam aspek pengetahuan, keterampilan matematis, maupun penerapan konsep pencacahan dalam konteks kehidupan nyata.

1. Peserta didik yang sudah mencapai Tujuan Pembelajaran (Tuntas)

   Bagi peserta didik yang telah menunjukkan pemahaman kuat terhadap materi kaidah pencacahan, seperti mampu menggunakan aturan penjumlahan, perkalian, permutasi, dan kombinasi dalam berbagai konteks. Guru dapat memberikan pengayaan untuk memperluas cakupan pemahaman dan menantang kemampuan berpikir tingkat tinggi (HOTS).

   Pengayaan dapat dilakukan melalui:

   a. Kegiatan "Ayo, Menggunakan Teknologi": peserta didik mengakses simulasi interaktif pada pranala yang disediakan dalam buku siswa, seperti tautan Khan Academy dan visualisasi permutasi–kombinasi. Namun, penggunaan pranala harus diarahkan untuk memperdalam pemahaman baru, bukan mengulang materi inti.
   b. Tugas eksploratif berbasis proyek kontekstual. Misalnya, merancang sistem keamanan berbasis kode atau mengatur formasi tim olahraga dengan berbagai batasan.
   c. Membuat soal sendiri berdasarkan peristiwa nyata, kemudian menukarnya dengan teman dan menyelesaikannya.
   d. Diskusi lanjutan seperti refleksi dampak kaidah pencacahan dalam pengambilan keputusan sehari-hari, baik secara individu maupun kelompok.

   Pengayaan sebaiknya tidak terbatas pada pemberian tautan daring, melainkan diarahkan pada aktivitas penguatan keterampilan komunikasi, pemodelan, dan penalaran matematis.

2. Peserta didik yang belum mencapai Tujuan Pembelajaran (Belum Tuntas)

   Bagi peserta didik yang belum mencapai ketuntasan, guru perlu memberikan dukungan khusus dan strategi remedial yang bersifat adaptif dan kolaboratif.

   Langkah-langkah yang direkomendasikan:

   a. Pemetaan kekeliruan konsep berdasarkan hasil penugasan atau latihan, lalu menyusun pembelajaran ulang secara sederhana dengan pendekatan visual dan konkret.

b. Membentuk kelompok kecil tutor sebaya, dengan melibatkan peserta didik yang tuntas sebagai pendamping belajar.

c. Pemberian soal-soal latihan terpilih dari buku siswa, seperti soal pada bagian Latihan 3.1, 3.2, 3.3, dan 3.4, dengan pendampingan langsung dari guru untuk memastikan pemahaman dan prosedur.

d. Menggunakan alat bantu visual seperti kartu soal, diagram cabang, atau pemodelan aktivitas nyata. Misalnya, menyusun benda fisik untuk memahami konsep permutasi dan kombinasi.

e. Refleksi individu tertulis tentang bagian mana yang belum dipahami, lalu didiskusikan secara terbuka dalam kelas remedial.

Dengan pendekatan tersebut, proses tindak lanjut menjadi kesempatan belajar yang bermakna, bukan pengulangan yang bersifat membebani.

J. Refleksi

Buku siswa telah memuat refleksi. Gunakan kegiatan tersebut untuk mengajak peserta didik melakukan refleksi pada setiap akhir pembelajaran bab. Bapak/Ibu Guru juga dapat menyalin kegiatan refleksi tersebut untuk diisi oleh peserta didik dan dikumpulkan kembali ke Bapak/Ibu. Dengan cara tersebut, Bapak/Ibu Guru dapat menganalisis refleksi peserta didik dan menggunakannya untuk memperbaiki praktik pembelajaran berikutnya.

Bapak/Ibu Guru juga perlu melakukan refleksi terhadap pembelajaran yang telah dilakukan. Terdapat banyak cara melakukannya. Salah satunya dengan menjawab pertanyaan refleksi berikut.

1. Bagaimana pengalaman Bapak/Ibu Guru ketika mengajarkan aturan pengisian tempat (penjumlahan dan perkalian)? Situasi nyata atau contoh kontekstual apa yang paling membantu peserta didik memahami konsep dasar ini?
2. Apa kesan utama Bapak/Ibu saat membimbing peserta didik membedakan konsep permutasi (urutan diperhatikan) dan kombinasi (urutan tidak diperhatikan)? Adakah situasi ketika peserta didik antusias atau justru bingung, dan bagaimana Bapak/Ibu mengatasinya?

3. Evaluasilah strategi pembelajaran yang Bapak/Ibu gunakan pada saat menjelaskan konsep permutasi berulang, permutasi siklis, atau kombinasi berulang. Bagian mana yang menurut Bapak/Ibu sudah efektif, dan bagian mana yang perlu diperbaiki?
4. Apa pembelajaran berharga yang Bapak/Ibu peroleh dari aktivitas penerapan permutasi dan kombinasi dalam menyelesaikan masalah kontekstual? Bagaimana keterlibatan peserta didik pada bagian ini?
5. Berdasarkan refleksi Bapak/Ibu, metode atau pendekatan apa yang akan dipertahankan pada pembelajaran mendatang, dan strategi apa yang akan ditingkatkan agar peserta didik lebih mendalami konsep Kaidah Pencacahan?

K. Sumber Belajar

Bishop, Alan, M. A. Clements, Christine Keitel-Kreidt, Jeremy Kilpatrick, and Frederick Koon-Shing Leung, eds. *Second International Handbook of Mathematics Education*. Vol. 10. New York: Springer Science & Business Media, 2012.

Flajolet, Philippe, and Robert Sedgewick. *Analytic Combinatorics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2009.

Mahmudi, Ali. *Kombinatorika*. Yogyakarta: Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY, 2019.

Pemberton, Sue. *Cambridge International AS & A Level Mathematics: Pure Mathematics 1 Coursebook*. Cambridge: Cambridge University Press, 2018.

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
REPUBLIK INDONESIA, 2025
Panduan Guru Matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas XII (Edisi Revisi)
Penulis: **Mohammad Tohir, dkk**
ISBN: 978-634-00-3116-4 (jil.3 PDF)



Panduan Khusus

Bab 4
Peluang

A. Pendahuluan

Bab 4 ini menyajikan tentang konsep kombinatorik dalam menentukan peluang kejadian dan kejadian majemuk. Setiap subbabnya akan disajikan penanaman karakter Pancasila, keterampilan abad 21, dan pembelajaran mendalam (*deep learning*) untuk mendukung tercapaian generasi emas tahun 2045, yaitu 1) konsep dan teori matematika, 2) pengenalan 4Cs (*Creativity*, *Critical Thinking*, *Collaboration*, *Communication*), 3) literasi matematika, 4) literasi budaya, dan 5) literasi digital. Pembelajaran difokuskan pada eksplorasi makna dan koneksi antarkonsep, bukan hanya ketepatan menjawab pertanyaan, akan tetapi juga mengetahui proses penyelesaian secara kreatif dan kritis.

Mempelajari materi peluang merupakan komponen penting dalam pendidikan matematika, karena mengembangkan kemampuan berpikir logis, metodis, dan analitis, selain keterampilan komputasi. Pada bab 4 ini, peserta didik didorong untuk memahami bagaimana kombinatorik berfungsi sebagai dasar untuk menghitung kemungkinan kejadian sederhana dan gabungan. Nilai peluang kemudian ditentukan dengan menghitung banyak kejadian yang mungkin terjadi menggunakan konsep aturan pengisian tempat, permutasi, dan kombinasi. Sajian dalam bab 4 ini bertujuan untuk mengeksplorasi kemampuan peserta didik dalam menentukan peluang suatu kejadian dan peluang kejadian majemuk, sehingga dapat menarik kesimpulan dan mengaplikasikan pemahaman yang dimiliki melalui beberapa kegiatan pembelajaran. Pendekatan *deep learning* dimaksudkan untuk membantu peserta didik dalam mengembangkan pemahaman konseptual yang kuat dan valid, bukan hanya menghafal rumus. Peserta didik akan memperoleh kemampuan berpikir tingkat tinggi (*HOTS*) seperti analisis situasi, penalaran konseptual, dan penerapan pengetahuan matematika dalam dunia nyata. Peserta didik tidak hanya belajar tentang berapa peluang suatu kejadian dan kejadian majemuk, akan tetapi juga belajar tentang mengapa dan bagaimana caranya suatu peluang dapat dihitung secara matematis, logis, dan masuk akal melalui latihan pemecahan masalah, diskusi kelompok, dan refleksi kritis.

1. Tujuan Pembelajaran dan Indikator

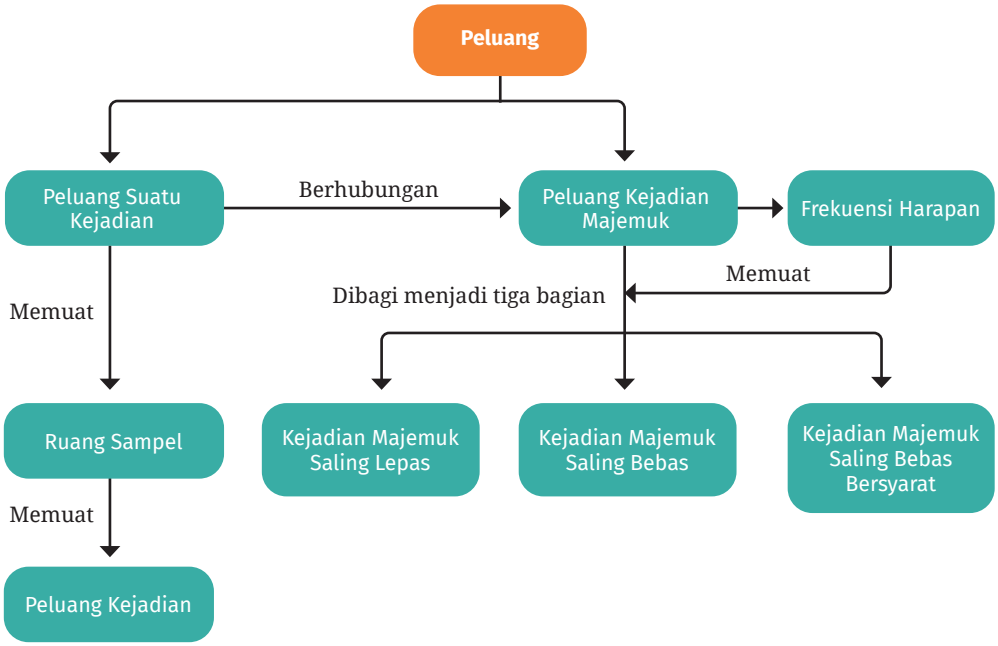
Bab 4 ini terdiri dari dua subbab yaitu peluang suatu kejadian dan peluang kejadian majemuk. Subbab peluang suatu kejadian terdiri atas ruang sampel

dan peluang suatu kejadian. Subbab peluang kejadian majemuk terdiri atas kejadian majemuk, frekuensi harapan dari kejadian majemuk, peluang kejadian majemuk, peluang kejadian majemuk saling lepas, peluang kejadian majemuk saling bebas, dan peluang kejadian majemuk saling bebas bersyarat.

Tabel 4.1 Tujuan Pembelajaran dan Indikator Materi Bab 4

Subbab	Tujuan Pembelajaran	Indikator
Peluang Suatu Kejadian	Menerapkan konsep kombinatorik dalam menentukan peluang suatu kejadian untuk menganalisis situasi nyata yang melibatkan ketidakpastian secara logis dan menyenangkan.	1. Menjelaskan pengertian ruang sampel. 2. Menjelaskan pengertian peluang suatu kejadian.
Peluang Kejadian Majemuk	Menerapkan konsep kombinatorik dalam menentukan peluang kejadian majemuk untuk menganalisis situasi nyata yang melibatkan ketidakpastian secara logis dan menyenangkan.	1. Menjelaskan pengertian kejadian majemuk, menghitung frekuensi harapan dari kejadian majemuk, dan konsep peluang kejadian majemuk. 2. Menganalisis dan menentukan peluang kejadian majemuk saling lepas dan saling bebas dalam berbagai situasi nyata. 3. Menjelaskan dan menghitung peluang kejadian majemuk saling bebas bersyarat dalam konteks nyata.

2. Peta Konsep



3. Keterkaitan Pokok Materi

Materi dimulai dengan subbab peluang suatu kejadian yang diawali dengan kegiatan *Ayo, Mengingat Kembali* tentang materi permutasi dan kombinasi. Peserta didik diarahkan untuk membangun pemahaman dengan tepat dan benar dalam menghubungkan konsep peluang suatu kejadian dengan situasi konkret pada kehidupan nyata. Proses belajar mengajar difokuskan pada penggalian makna melalui kegiatan berpikir kreatif, berpikir kritis, mengingat kembali konsep dasar, mengeksplorasi berbagai kemungkinan, serta berkomunikasi tentang ide dan strategi yang digunakan. Peserta didik dilibatkan secara aktif dalam kegiatan yang tidak hanya menumbuhkan keterampilan kognitif, tetapi juga memperkuat karakter melalui kerja sama, ketekunan, dan rasa ingin tahu. Pembelajaran dirancang agar peserta didik tidak hanya mengetahui prosedur perhitungan, tetapi mampu menjelaskan alasan dan penerapan konsep peluang secara reflektif dan kontekstual.

Selanjutnya, subbab peluang kejadian majemuk diawali dengan kegiatan *Ayo, Bereksplorasi*. Pembelajaran materi peluang kejadian majemuk dirancang untuk mendorong peserta didik memahami dan menerapkan konsep peluang

dalam situasi yang melibatkan lebih dari satu kejadian, baik saling lepas maupun tidak saling lepas, serta kejadian bersyarat. Melalui pendekatan *deep learning*, peserta didik diajak untuk membangun pemahaman konseptual secara aktif, efektif, dan efisien dengan menelusuri makna di balik rumus, mengeksplorasi berbagai kemungkinan melalui percobaan dan simulasi, serta menyelesaikan masalah nyata yang menuntut penalaran logis dan berpikir kritis. Proses belajar mengajar ini tidak hanya berfokus pada hasil akhir, tetapi juga pada proses berpikir dan refleksi, sehingga mendorong peserta didik untuk mengembangkan keterampilan abad 21. Peserta didik diajarkan untuk saling bekerja sama, menghargai gagasan orang lain, dan bertanggung jawab atas pembelajaran mereka. Pembelajaran ini dirancang tidak hanya untuk meningkatkan kompetensi numerasi, tetapi juga menumbuhkan karakter dan keterampilan yang dibutuhkan untuk menghadapi masalah di masa depan dengan mengintegrasikan konsep matematika ke dalam konteks dunia nyata dan membiasakan peserta didik untuk berpikir mendalam.

4. Saran Waktu Pembelajaran dalam Satu Bab

Alokasi waktu yang disarankan untuk mempelajari Bab 4 ini adalah sekitar 24 Jam Pelajaran.

a. 8 JP untuk Subbab Peluang Suatu Kejadian
b. 16 JP untuk Subbab Peluang Kejadian Majemuk

Pembagian rentang waktu yang ditunjukkan merupakan saran terkait waktu pembelajaran dalam satu bab. Guru dapat memodifikasi waktu pembelajaran sesuai dengan karakteristik peserta didik pada jenjang SMA/MA/SMK/MAK Kelas XII di satuan pendidikan masing-masing.

B. Konsep dan Keterampilan Prasyarat

Salah satu konsep dasar yang harus dikuasai oleh peserta didik untuk memahami materi peluang suatu kejadian dan peluang kejadian majemuk adalah materi permutasi dan kombinasi. Permutasi digunakan untuk menghitung banyaknya susunan suatu objek yang mungkin terjadi, sedangkan kombinasi digunakan untuk menghitung banyaknya cara untuk memilih objek tertentu tanpa memperhatikan urutannya. Memahami kedua konsep ini sangat penting karena banyak masalah peluang, khususnya dalam kejadian

majemuk, melibatkan penghitungan berbagai kombinasi atau pilihan dari banyak faktor. Memahami hubungan antara kejadian juga memerlukan penguasaan terhadap konsep dasar himpunan dan logika seperti irisan, gabungan, dan komplemen.

Peserta didik harus mampu memanfaatkan konsep permutasi dan kombinasi untuk memecahkan masalah peluang kejadian guna menentukan banyaknya kemungkinan dari suatu kejadian. Dengan bantuan kemampuan ini, peserta didik dapat menentukan apakah suatu situasi melibatkan urutan atau tidak, sehingga memungkinkan peserta didik untuk membuat keputusan yang tepat. Peserta didik juga harus mampu membuat ruang sampel dan mengidentifikasi kejadian terkait dengan menggunakan konteks soal. Kemampuan untuk mendeskripsikan dan menganalisis kejadian tunggal maupun gabungan sangat terbantu dengan penggunaan diagram Venn atau diagram pohon. Peserta didik yang memiliki kemampuan ini mampu memahami kejadian acak secara sistematis dan menarik kesimpulan dari informasi yang ada.

C. Kerangka Pembelajaran

Kerangka pembelajaran untuk materi Peluang yang berdasarkan empat dimensi utama: praktik pedagogis, kemitraan pembelajaran, lingkungan pembelajaran, dan pemanfaatan digital adalah sebagai berikut.

Tabel 4.2 Kerangka Pembelajaran Materi Bab 4

Aspek Dimensi Pembelajaran	Deskripsi
1. Praktik Pedagogis	Pendekatan: *Problem-Based Learning* (PBL), *Inquiry-Based Learning*) Strategi Pembelajaran: ▶ Eksplorasi menggunakan benda konkret (koin, dadu, atau *spinner*).

Aspek Dimensi Pembelajaran	Deskripsi
	▶ Diskusi kelompok kecil untuk analisis dan simpulan. ▶ Refleksi individu melalui jurnal matematika. Asesmen: ▶ Formatif: kuis berbasis permainan digital atau manipulatif. ▶ Sumatif: proyek simulasi peluang dalam kehidupan nyata.
2. Kemitraan Pembelajaran	Kolaborasi Peserta Didik-Guru: ▶ *Peer Teaching*: peserta didik saling menjelaskan konsep. ▶ Kontrak belajar: peserta didik menyepakati target pembelajaran. ▶ Interdisipliner: integrasi peluang dengan mata pelajaran lain. Peran Guru: ▶ Fasilitator dan pengarah eksplorasi. ▶ Pemberi umpan balik reflektif.
3. Lingkungan Pembelajaran	Fisik: ▶ Zona eksperimen peluang (dengan alat peraga dadu, *spinner*, dan kartu). ▶ Papan ide untuk menulis hipotesis dan pertanyaan peserta didik. Psikososial: ▶ Kelas yang mendorong rasa ingin tahu. ▶ Kesalahan dihargai sebagai bagian dari proses belajar. ▶ Diskusi terbuka untuk eksplorasi ide.

Aspek Dimensi Pembelajaran	Deskripsi
4. Pemanfaatan Digital	Alat dan Platform: ▶ GeoGebra/PhET Simulations: simulasi eksperimen peluang. ▶ Kahoot/Quizizz: evaluasi formatif interaktif. ▶ Padlet/Jamboard: kolaborasi dan refleksi visual. Aktivitas Digital: ▶ Simulasi digital (misal 1.000 kali lemparan dadu). ▶ Pembuatan video peserta didik berjudul “Peluang dalam kehidupan sehari-hari”.

Kerangka pembelajaran ini diharapkan menciptakan pengalaman belajar yang mendalam, kontekstual, dan bermakna bagi peserta didik dalam memahami konsep peluang.

D. Apersepsi

Pembelajaran materi Peluang pada Bab 4 dapat dimulai dengan guru memotivasi peserta didik dalam belajar matematika dengan menanyakan pengalamannya dalam kehidupan sehari-hari berkaitan dengan kejadian yang tidak pasti. Misalnya, ”Pernahkah kamu melempar koin, bermain ular tangga, atau bermain lotre? Apakah kejadian yang mungkin dapat dipastikan?” Pertanyaan ini berupaya mengingat kembali pengalaman konkret peserta didik pada konsep peluang untuk mengaktifkan pengetahuan awal mereka.

Ajaklah peserta didik untuk memahami suatu kejadian sehari-hari yang belum diketahui secara jelas, akan tetapi mereka diupayakan dapat memperkirakan alternatif penyelesaiannya secara benar. Misalkan dengan mengajukan pertanyaan: "Apabila kamu telah mengetahui semua kemungkinan yang akan terjadi, dapatkah kamu memperkirakan seberapa besar kemungkinan suatu kejadian yang akan muncul? Misalnya, kemungkinan peluang munculnya angka tertentu pada dadu". Langkah selanjutnya, peserta

didik didorong untuk menerapkan pengetahuannya dalam situasi sederhana, seperti mencari tahu seberapa besar kemungkinan munculnya angka tertentu pada lemparan dadu tunggal.

Guru meminta peserta didik untuk menganalisis kejadian nyata dalam kehidupan sehari-hari yang lebih kompleks, sehingga mereka termotivasi dalam proses belajar. Misalnya, “Ketika dua dadu dilempar sekaligus, apa yang akan terjadi? Berapa peluang munculnya jumlah spesifik angka pada kedua jenis dadu, dan bagaimana cara mengetahui peluangnya?". Jenis pernyataan ini berfungsi untuk mengenali pola dan korelasi antara ruang sampel dan suatu peristiwa. Melalui diskusi kelompok, guru dapat memberikan evaluatif pendekatan terhadap beberapa pendekatan yang sangat bervariasi. Pada tahap akhir apersepsi, guru dapat memberikan tugas menciptakan. Misalnya, “Buat permainan sederhana yang menjelaskan aturan main, memperhitungkan setiap peluang, dan memahami riset momen tentang rumah".

E. Formatif Awal

Pertanyaan kontekstual yang sangat relevan dengan pengalaman peserta didik dapat digunakan oleh guru untuk melakukan penilaian awal sebelum dimulainya pembelajaran inti tentang materi peluang. Guru dapat menggunakan pertanyaan "Apakah kamu pernah melempar koin atau dadu saat bermain? Dapatkah kamu memprediksi kesimpulannya dengan pasti, dan apa saja kemungkinan hasilnya?" Untuk menentukan peserta didik mana yang masih dalam tahap *prastruktural* dan *unistruktural*, pertanyaan ini dibuat. Pada tingkat *multistruktural*, di mana anak-anak dapat mengenali beberapa informasi penting meskipun belum terkait, guru dapat meminta peserta didik untuk membuat daftar kemungkinan hasil dari percobaan langsung, seperti melempar koin atau dadu.

Masalah kontekstual seperti "Jika kamu melempar dua dadu, bagaimana cara menentukan peluang munculnya jumlah mata dadu 7?" Pertanyaan ini mengarahkan peserta didik ke tingkat *relational*, yaitu saat mereka mulai mengaitkan berbagai informasi yang pernah didapat, seperti ruang sampel, kejadian, dan peluang dalam satu kesatuan pemahaman. Pertanyaan reflektif seperti "Menurut pendapatmu, mengapa kamu perlu memahami peluang dalam kehidupan sehari-hari?" juga dapat digunakan oleh guru untuk mengakhiri penilaian awal. Pertanyaan ini menilai apakah ada peserta didik yang mulai

beralih ke tingkat abstrak lanjutan, yang melibatkan penerapan dan penilaian konsep peluang dalam lingkungan praktis. Selain mengukur kesiapan peserta didik, guru menggunakan evaluasi pertama ini untuk meletakkan dasar bagi pengajaran yang lebih mendalam, di mana peserta didik harus mampu mengembangkan pemahaman yang signifikan dan terlibat dalam pemikiran kritis tentang gagasan peluang.

F. Panduan Pembelajaran Buku Siswa

Tujuan umum pada aktivitas belajar mengajar adalah peserta didik dapat memahami, menghitung, dan mengevaluasi peluang suatu kejadian dengan menggunakan konsep kejadian dan ruang sampel secara efektif dan menghubungkannya dengan situasi dunia nyata.

Subbab A: Peluang Suatu Kejadian

Tabel 4.3 Pengalaman Belajar Materi Peluang Suatu Kejadian

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Mengingat Kembali Membandingkan konsep permutasi dengan kombinasi.	Memahami	Menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya.
Ayo, Bereksplorasi Undian dengan tiga pilihan untuk membuat keputusan yang adil.	Memahami	Menghubungkan dengan konteks nyata dan/atau kehidupan sehari-hari.
Ayo, Berkolaborasi	Mengaplikasi	Menerapkan pengetahuan ke dalam situasi nyata atau bidang lain.

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Tahukah Kalian? Ruang sampel dan peluang kejadian.	Memahami	Menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya.
Ayo, Berpikir Kritis Menagkap ikan dalam kolam.	Mengaplikasi	Berpikir kritis dan mencari solusi inovatif berdasarkan pengetahuan yang ada.
Penguatan Karakter Mengunjungi perpustakaan kota.	Merefleksi	Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.



Ayo, Mengingat Kembali

Guru mengajak peserta didik untuk mengingat kembali konsep permutasi dan kombinasi dengan membandingkan contoh nyata pada Masalah A dan Masalah B yang telah disediakan pada buku siswa. Guru memotivasi peserta didik agar benar-benar fokus dan konsentrasi dalam membedakan kedua masalah tersebut beserta alternatif penyelesaiannya.

Guru meminta peserta didik untuk memperhatikan dengan saksama terhadap rumus permutasi dan kombinasi pada kedua masalah tersebut agar pembelajaran menjadi bermakna, sehingga peserta didik tidak harus menghafal rumus tersebut. Akan tetapi, dapat memahami konsep secara mendalam.

Kemudian, guru mendorong peserta didik untuk melakukan proses aktivitas diskusi dengan teman sebangkunya agar mereka lebih relaks dalam menyimpulkan pengetahuan pada kegiatan ini, sehingga pengetahuan mereka lebih luas. Beberapa peserta didik diajak untuk menyampaikan kesimpulan yang didapat berdasarkan hasil diskusinya.

Contoh Alternatif Kesimpulan

Permutasi memperhatikan urutan dari suatu susunan, misal susunan *pq* dan *qp* dipandang berbeda, sedangkan dalam kombinasi dua susunan tersebut dipandang sama.



Ayo, Bereksplorasi

Guru mengajak peserta didik bereksplorasi terkait peluang suatu kejadian. Guru memberikan stimulus dan mengajak peserta didik berpikir dalam menentukan peluang suatu kejadian. Kegiatan ini bertujuan untuk menggali dan meningkatkan rasa ingin tahu peserta didik dalam menentukan peluang suatu kejadian.

Pembelajaran Berdiferensiasi

Guru menggunakan pendekatan diferensiasi dalam mengajarkan materi peluang dengan menyesuaikan kegiatan pembelajaran sesuai dengan kesiapan belajar dan minat peserta didik. Guru membagi peserta didik menjadi tiga kelompok berdasarkan hasil asesmen awal. Kelompok pemula, yang masih memerlukan pemahaman dasar tentang ruang sampel dan probabilitas. Kelompok menengah, yang mulai mampu menerapkan konsep dalam soal-soal sederhana. Kelompok lanjutan, yang telah menguasai materi dasar dan siap mengerjakan soal-soal yang lebih kompleks.

Kelompok pertama mempelajari tentang materi peluang melalui eksperimen sederhana menggunakan alat fisik seperti koin dan dadu. Kelompok kedua membahas masalah kontekstual dan mengkaji hasil eksperimen. Sementara itu, kelompok ketiga ditantang untuk membuat tantangan mereka sendiri berdasarkan kejadian di dunia nyata dan mempresentasikannya kepada teman sebaya.

Kemudian, guru memperhatikan minat peserta didik dengan menawarkan berbagai konteks masalah seperti olahraga, permainan, dan aktivitas sehari-hari, yang memungkinkan peserta didik untuk belajar dalam situasi yang mereka sukai. Pembelajaran juga disesuaikan dengan gaya belajar peserta didik. Misalnya, peserta didik kinestetik dapat memperoleh manfaat dari eksperimen langsung, peserta didik auditori dapat memperoleh manfaat dari

penjelasan dan percakapan lisan, dan alat bantu visual seperti infografik dan diagram pohon dapat digunakan.

Pada akhir pelajaran, peserta didik diajak melakukan refleksi singkat untuk memperkuat pemahaman mereka. Diharapkan bahwa strategi pembelajaran ini akan memberikan lingkungan belajar yang ramah, memuaskan, dan menyenangkan bagi peserta didik.



Ayo, Berkolaborasi

Ajaklah peserta didik untuk melakukan kegiatan kolaborasi dengan dua tahap. Tahap pertama peserta didik dikelompokkan dalam kelompok besar (terdiri dari 8 hingga 10 orang). Tahap kedua peserta didik dikelompokkan dalam kelompok kecil (terdiri dari 4 hingga 5 orang). Pada tahap pertama, peserta didik mendiskusikan tugas yang diberikan. Kemudian pada tahap kedua, peserta didik saling bertukar pikiran hasil diskusi dari kelompok lain.



Ayo, Berpikir Kritis

Petunjuk Guru untuk kegiatan Ayo, Berpikir Kritis

1. Berikan kesempatan dan waktu kepada peserta didik untuk mengamati dengan cermat pada kegiatan *Ayo, Berpikir Kritis*. Sarankan peserta didik untuk membentuk kelompok supaya lebih meningkatkan pemahaman satu sama lain.
2. Guru dapat memberikan ilustrasi terkait kegiatan *Ayo, Berpikir Kritis*, sebagai bentuk visualisasinya. Kemudian, ajaklah setiap kelompok dari setiap peserta didik untuk menyusun argumen dan penjelasannya.
3. Sebagai petunjuk, guru dapat menggunakan konsep peluang dalam memberikan bimbingan kepada peserta didik.

Penguatan Karakter

Seorang peserta didik Sekolah Menengah Atas di kelas XII mengunjungi perpustakaan kota dengan dua cara. Cara yang pertama, dia mengunjungi dengan cara sehari mengunjungi dan sehari berikutnya tidak, secara berulang-ulang. Cara yang kedua, dia wajib mengunjungi perpustakaan kota pada setiap

Senin dan Kamis. Dengan kedua cara tersebut, dia sesekali mengunjungi perpustakaan kota dalam tiga hari berturut-turut. Misalkan mengunjungi pada hari Rabu, Kamis, dan Jum'at. Pada hari Rabu dan Jum'at, dia menggunakan cara pertama, sedangkan pada hari Kamis, dia menggunakan cara kedua. Berdasarkan peristiwa tersebut, maka kejadian seperti ini dapat menggunakan materi peluang untuk menghitung kemungkinan dia mengunjungi perpustakaan kota selama tiga hari secara berturut-turut dalam setahun.

Subbab B: Peluang Kejadian Majemuk

Tabel 4.4 Pengalaman Belajar Materi Kejadian Majemuk

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Bereksplorasi Permainan spin.	Memahami	Memberikan kebebasan eksploratif dan kolaboratif.
Ayo, Bereksplorasi Pelemparan satu koin dan satu set dadu.	Mengaplikasi	Menerapkan pengetahuan ke dalam situasi nyata atau bidang lain.
Ayo, Menggunakan Teknologi Belajar lebih lanjut tentang peluang kejadian majemuk.	Merefleksi	Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.

Ayo, Bereksplorasi

Guru meminta peserta didik untuk mengamati Gambar 4.8 merupakan gambar permainan spin. Peserta didik diajak untuk membandingkan dan memilih Opsi 1 dan Opsi 2 dengan penuh petimbangan agar menjadi pemenang, sehingga harus benar-benar berdasarkan strategi yang matang dan penuh pertimbangan yang baik dan benar.

Kemudian, berikan kesempatan kepada peserta didik untuk mendikusikan dari ketiga pertanyaan yang diberikan. Berilah suatu penghargaan yang istimewa bagi kelompok mereka yang selesai terlebih dahulu dengan mempresentasikan hasil diskusinya, sehingga mereka merasa senang memperoleh penghargaan dari guru.

Ayo, Bereksplorasi

Guru meminta peserta didik untuk mengamati Gambar 4.9 merupakan gambar munculnya satu set dadu dan koin. Ajaklah peserta didik untuk mencoba melakukan latihan melempar koin dan dadu secara bersamaan. Mintalah mereka untuk mengamati dengan cermat pada sajian Tabel 4.4.

Selanjutnya, guru meminta peserta didik untuk mendiskusikan pertanyaan-pertanyaan yang telah disediakan atau pertanyaan lain yang diajukan oleh peserta didik terkait dengan kegiatan yang dilakukan dan hasil pengamatannya. Mintalah kepada peserta didik untuk membuat kesimpulan yang terkait dengan hasil pengamatan dan hasil diskusinya.

Guru membantu peserta didik untuk bersikap teliti dan kritis terhadap hasil pengamatan dan hasil diskusi. Kemudian, mintalah peserta didik untuk melakukan percobaan pelemparan satu koin dan pelemparan satu dadu untuk lebih memahami tentang materi kejadian majemuk yang akan dibahas.

Istilah-istilah matematika dari hasil pengamatan adalah kejadian dan kejadian majemuk. Guru mengajak peserta didik untuk memahami definisi dari kejadian majemuk, frekuensi harapan dari kejadian majemuk, dan peluang kejadian majemuk beserta syarat berlakunya.

Guru meminta peserta didik untuk mempelajari Contoh 4.3, Contoh 4.4, dan Contoh 4.5, beserta alternatif penyelesaiannya agar pemahaman peserta didik lebih luas lagi tentang materi kejadian majemuk. Kemudian, bimbinglah peserta didik dalam memahami ketiga contoh tersebut apabila menghadapi kesulitan.

Ayo, Menggunakan Teknologi

Guru mengarahkan peserta didik untuk memperluas pengetahuannya mengenai peluang kejadian majemuk dengan mengunjungi tautan yang diberikan pada buku siswa. Selanjutnya, guru mengajukan beberapa pertanyaan berikut kepada peserta didik.

Pada bagian pendahuluan, apa yang kamu ketahui tentang peluang kejadian majemuk?

b. Apakah yang dimaksud dengan suatu kejadian pasti dan tidak pasti terjadi, serta berapakah peluangnya?
c. Pada bagian peluang kejadian gabungan, apa yang kamu ketahui tentang peluang kejadian gabungan
d. Ada berapa jenis kejadian majemuk? Sebutkan simbolnya.

Pembelajaran Berdiferensiasi

Guru meminta peserta didik untuk mengidentifikasi tujuan pembelajaran dengan jelas dan secara aktif merenungkan apa yang telah mereka pelajari melalui pendekatan penuh perhatian yang mendasari pembelajaran berdiferensiasi. Guru memfasilitasi peserta didik agar menyadari proses pembelajaran yang telah berlangsung melalui pertanyaan-pertanyaan yang menggugah pikiran dan terlibat dalam kegiatan eksploratif yang memancing rasa ingin tahu. Dengan melakukan kegiatan ini, peserta didik lebih terlibat dan terfokus untuk memahami sepenuhnya tentang konsep peluang kejadian majemuk secara mendalam, sehingga tidak hanya sekedar menghafal rumus saja.

Selanjutnya, pembelajaran menjadi relevan dengan menyesuaikan materi dan pendekatan yang dibutuhkan berdasarkan gaya belajar masing-masing peserta didik. Misalnya, untuk peserta didik yang kinestetik menggunakan alat peraga untuk melakukan eksperimen langsung, sedangkan peserta didik yang visual menggunakan peta konsep dan diagram pohon. Sementara untuk peserta didik yang kemampuannya di atas rata-rata, diberikan pertanyaan menalar berbasis konteks dunia nyata. Untuk peserta didik yang kemampuannya di bawah rata-rata diberikan penguatan terbimbing dan latihan bertahap. Strategi ini menjamin bahwa setiap peserta didik dapat mengaitkan konsep

peluang kejadian majemuk dengan pengalaman pribadi mereka. Hal ini menjadikan pembelajaran lebih dapat diterapkan dengan nyaman.

Pada bagian akhir, penyajian permainan peluang, simulasi interaktif, dan diskusi kelompok yang menyenangkan. Kegiatan-kegiatan ini tidak hanya meningkatkan kemampuan matematisnya, tetapi juga menumbuhkan kerja sama tim dan rasa percaya diri. Lingkungan yang menyenangkan dan penuh semangat mendorong peserta didik untuk berpartisipasi secara aktif dan secara kreatif mengeksplorasi peluang kejadian majemuk secara kreatif, sehingga membuat proses belajar menjadi lebih menarik dan penuh semangat.

Peluang Kejadian Majemuk Saling Lepas

Panduan pembelajaran ini mengajak peserta didik untuk memahami rumus dan konsep peluang kejadian majemuk saling lepas. Materi ini membahas tentang beberapa kejadian yang tidak mungkin terjadi bersamaan pada suatu percobaan tertentu. Melalui panduan ini, peserta didik melakukan kegiatan pembelajaran secara mendalam dengan aktivitas bereksplorasi, berpikir kritis, berpikir kreatif, diskusi, dan memecahkan masalah sehari-hari.

Tabel 4.5 Pengalaman Belajar Materi Kejadian Majemuk

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Bereksplorasi Pelemparan *fastball*.	Memahami	Menghubungkan dengan konteks nyata dan/atau kehidupan sehari-hari.
Ayo, Berpikir Kritis Memilih buah apel.	Mengaplikasi	Berpikir Kritis dan mencari solusi inovatif berdasarkan pengetahuan yang ada.
Ayo, Berkomunikasi Diskusi kelompok tentang peluang majemuk.	Merefleksi	Refleksi terhadap pencapaian tujuan pembelajaran (evaluasi diri).
Ayo, Menggunakan Teknologi Belajar lanjutan tentang peluang kejadian saling lepas.	Merefleksi	Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.

Ayo, Bereksplorasi

Ajaklah peserta didik untuk memahami dan memperhatikan dengan cermat pada pengantar kegiatan *Ayo, Bereksplorasi*. Guru meminta peserta didik membuat kelompok berdasarkan undian yang telah disediakan. Ajaklah peserta didik untuk mendiskusikan dan melakukan kegiatan permainan *fastball* agar mereka lebih relaks dalam menjawab keempat pertanyaan yang telah disediakan pada buku siswa. Mintalah kelompok mereka untuk mempresentasikan hasil diskusinya secara bergantian.

Istilah-istilah matematika dari hasil pengamatan adalah kejadian saling lepas dan peluang kejadian saling lepas. Guru mengajak peserta didik untuk memahami definisi dan rumus kejadian majemuk saling lepas, beserta syarat berlakunya. Kemudian, guru meminta peserta didik untuk memahami Contoh 4.6 yang disajikan beserta alternatif penyelesaiannya untuk mendapatkan informasi tentang materi peluang saling lepas, serta membimbing peserta didik dalam melengkapi kegiatan-kegiatan jika menghadapi kesulitan.

Ayo, Berpikir Kritis

Petunjuk Guru untuk kegiatan Ayo, Berpikir Kritis

a. Daftarlah peserta didik yang setuju dan tidak setuju dengan cara mengajukan tangan bagi yang setuju. Kemudian, buatlah kelompok peserta didik yang heterogen berdasarkan peserta didik yang setuju dan tidak setuju. Ajaklah peserta didik untuk menyusun argumen atas pilihannya, mengapa setuju dan mengapa tidak setuju.

b. Intruksikan kepada masing-masing kelompok peserta didik untuk memahami dan yang ditanyakan pada kasus tersebut dengan memberikan ilustrasi tertentu. Kemudian, ajaklah peserta didik mendiskusikan pokok permasalahan yang terdapat pada kasus tersebut.

Alterntaif Pemahaman 1

Jumlah seluruh apel ada 8 buah.

Banyaknya cara memilih 4 dari 8 apel adalah $C_4^8 = 70$.

$$C_4^8 = \frac{8!}{(8-4)! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 4!} = 7 \times 2 \times 5 = 70$$

Banyaknya cara memilih 2 apel merah dari 4 apel merah adalah $C_2^4 = 6$.

$$C_2^4 = \frac{4!}{(4-2)! \cdot 4!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2! \cdot 2!} = 2 \times 3 \times 1 = 6$$

Banyaknya cara memilih 2 apel hijau dari 4 apel hijau adalah $C_2^4 = 6$.

$$C_2^4 = \frac{4!}{(4-2)! \cdot 4!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2! \cdot 2!} = 2 \times 3 \times 1 = 6$$

Sesuai kaidah perkalian, banyaknya cara memilih 2 apel merah dan 2 apel hijau adalah $6 \times 6 = 36$.

Peluang 4 apel yang terambil 2 apel merah dan 2 apel hijau adalah $\frac{36}{70} = \frac{18}{35}$.

Alterntaif Pemahaman 2

Jumlah seluruh apel ada 8 buah.

Banyaknya cara memilih 3 dari 8 apel adalah $C_3^8 = 56$.

$$C_3^8 = \frac{8!}{(8-3)! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 3!} = 8 \times 7 \times 1 = 56$$

Banyaknya cara memilih 2 apel merah dari 4 apel merah adalah $C_2^4 = 6$.

$$C_2^4 = \frac{4!}{(4-2)! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2! \cdot 2!} = 2 \times 3 \times 1 = 6$$

Banyaknya cara memilih 1 apel hijau dari 4 apel hijau adalah $C_1^4 = 4$.

$$C_1^4 = \frac{4!}{(4-1)! \cdot 1!} = \frac{4 \cdot 3!}{3! \cdot 1!} = 4 \times 1 = 4$$

Sesuai kaidah perkalian, banyaknya cara memilih 2 apel merah dan 1 apel hijau adalah $6 \times 4 = 24$.

Peluang 3 apel yang terambil 2 buah apel merah dan 1 apel hijau adalah $\frac{24}{56} = \frac{3}{7}$.

Ajaklah peserta didik untuk mendiskusikan dan memahami tentang uraian yang terdapat pada alternatif pemahaman. Kemudian, terapkan pada kasus *Ayo, Berpikir Kritis* tersebut.

c. Masing-masing kelompok mempresentasikan hasil diskusinya, sedangkan kelompok yang lain menyimak hasil diskusi dari kelompok tersebut.

Berikut alternatif kesimpulan yang didapat dengan bernilai benar.

Setuju, karena ada sebanyak tiga buah apel yang akan terambil, bukan 4 apel seperti yang dimaksudkan, yaitu kemungkinan terpilihnya dua buah apel merah dan dua buah apel hijau. Jelas nilai peluangnya adalah nol (0), karena jumlah apel ini sebanyak 4 apel yang akan diambil, sehingga hal ini kontradiksi banyaknya apel yang akan diambil sebanyak 3 apel.

Tidak setuju, dengan syarat banyak apel yang diambil adalah 4 apel. Dengan demikian, redaksi soalnya diubah menjadi "jika dipilih tiga buah apel secara acak dari keranjang ...", sehingga peluangnya adalah $\frac{18}{35}$. Atau redaksi soalnya yang direvisi menjadi "kemungkinan terpilihnya dua buah apel merah dan satu buah apel hijau adalah $\frac{3}{7}$".

Ayo, Berkomunikasi

Mintalah peserta didik untuk mengomunikasikan hasil kesimpulan dari Contoh 4.6 dan Contoh 4.7 dengan kegiatan presentasi kelas dan diskusi kelas. Kemudian, mintalah peserta didik yang lainnya untuk mempertanyakan atau mengomentari hasil kesimpulan yang didapat.

Ayo, Menggunakan Teknologi

Guru mengarahkan peserta didik untuk memperluas pengetahuannya mengenai peluang kejadian saling lepas dengan mengunjungi tautan yang diberikan pada buku siswa. Selanjutnya, guru mengajukan beberapa pertanyaan berikut kepada peserta didik.

a. Apa yang kamu ketahui tentang peluang kejadian majemuk saling lepas pada bagian pendahuluan?
b. Ada berapa banyak bentuk diagram venn untuk kejadian majemuk saling lepas?
c. Bagaimana cara menemukan rumus peluang dua kejadian majemuk saling lepas?
d. Identifikasi dan daftarkan banyaknya jenis kejadian majemuk saling bebas. Bagaimana simbolnya?

Pembelajaran Berdiferensiasi

Guru meminta peserta didik untuk mengidentifikasi tujuan pembelajaran dengan jelas dan secara aktif merenungkan apa yang telah mereka pelajari melalui pendekatan penuh perhatian yang mendasari pembelajaran berdiferensiasi. Guru memfasilitasi peserta didik agar menyadari proses pembelajaran yang telah berlangsung melalui pertanyaan-pertanyaan yang menggugah pikiran dan terlibat dalam kegiatan eksploratif yang memancing rasa ingin tahu. Dengan melakukan kegitan ini, peserta didik lebih terlibat dan terfokus untuk memahami sepenuhnya tentang konsep peluang kejadian majemuk saling lepas secara mendalam, sehingga tidak hanya sekadar menghafal rumus saja.

Selanjutnya, pembelajaran menjadi relevan dengan menyesuaikan materi dan pendekatan yang dibutuhkan berdasarkan gaya belajar masing-masing peserta didik. Misalnya, untuk peserta didik yang kinestetik menggunakan alat peraga untuk melakukan eksperimen langsung, sedangkan peserta didik yang visual menggunakan peta konsep dan diagram pohon. Sementara untuk peserta didik yang kemampuannya di atas rata-rata diberikan pertanyaan menalar berbasis konteks dunia nyata. Untuk peserta didik yang kemampuannya di bawah rata-rata diberikan penguatan terbimbing dan latihan bertahap. Strategi ini menjamin bahwa setiap peserta didik dapat mengaitkan konsep peluang kejadian majemuk saling lepas dengan pengalaman pribadi mereka. Hal ini menjadikan pembelajaran lebih dapat diterapkan dengan nyaman.

Pada bagian akhir, penyajian permainan peluang, simulasi interaktif, dan diskusi kelompok yang menyenangkan. Kegiatan-kegiatan ini tidak hanya

meningkatkan kemampuan matematisnya, tetapi juga menumbuhkan kerja sama tim dan rasa percaya diri. Lingkungan yang menyenangkan dan penuh semangat mendorong peserta didik untuk berpartisipasi secara aktif dan secara kreatif mengeksplorasi peluang kejadian majemuk saling lepas secara kreatif, sehingga membuat proses belajar menjadi lebih menarik dan penuh semangat.

Peluang Kejadian Majemuk Saling Bebas

Tabel 4.6 Pengalaman Belajar Materi Peluang Kejadian Majemuk Saling Bebas

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Bereksplorasi Melakukan percobaan melalui kelereng dan kantong.	Memahami	Menghubungkan dengan konteks nyata dan/atau kehidupan sehari-hari.
Ayo, Mencoba Pelemparan dua dadu merah dan putih secara bersamaan.	Mengaplikasi	Menghubungkan konsep baru dengan pengetahuan sebelumnya.
Ayo, Berpikir Kreatif Pemahaman konsep peluang majemuk saling bebas.	Merefleksi	Menerapkan strategi berpikir.
Ayo, Berkomunikasi Diskusi kelompok tentang peluang majemuk saling bebas.	Merefleksi	Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.
Ayo, Menggunakan Teknologi Belajar lanjutan tentang peluang kejadian saling bebas.	Merefleksi	Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Berefleksi Refleksi peluang majemuk saling lepas dan saling bebas.	Merefleksi	Refleksi terhadap pencapaian tujuan pembelajaran (evaluasi diri).



Ayo, Bereksplorasi

Ajaklah peserta didik untuk memahami dan memperhatikan dengan cermat pada pengantar kegiatan *Ayo, Bereksplorasi* berkaitan dengan percobaan yang telah diilustrasikan pada Gambar 4.12.

Guru meminta peserta didik membuat kelompok bersama teman sebangkunya. Ajaklah peserta didik untuk mendiskusikan dan melakukan kegiatan percobaan agar mereka lebih relaks dalam menjawab kedua pertanyaan yang telah disediakan pada buku siswa. Mintalah kelompok peserta didik untuk mempresentasikan hasil diskusinya secara bergantian.



Ayo, Mencoba

Guru meminta peserta didik untuk menyebutkan kejadian apa saja yang mungkin terjadi pada pelemparan dua dadu secara bersamaan sebanyak satu kali. Guru menyebutkan salah satu kejadian majemuk saling bebas berdasarkan Gambar 4.15 yang diamati oleh peserta didik.

Guru mengarahkan peserta didik untuk menganalisis pertanyaan "Jika kamu melempar dua dadu berwarna merah dan putih secara bersama-sama, tentukan peluang munculnya mata dadu 2 pada dadu warna merah dan mata dadu 5 pada dadu warna putih."

Istilah-istilah matematika yang diharapkan berdasarkan hasil pengamatannya adalah kejadian saling bebas dan peluang kejadian saling bebas.

Guru meminta peserta didik untuk mendiskusikan pertanyaan yang disediakan atau pertanyaan peserta didik yang diajukan berkaitan dengan Gambar 4.15 tentang kejadian saling bebas. Kemudian, ajaklah peserta didik untuk membuat kesimpulan dari hasil diskusi yang didapat.

Guru membantu peserta didik untuk bersikap teliti dan kritis terhadap kegiatan *Ayo, Bereksplorasi* dan *Ayo, Mencoba*. Selanjutnya, guru mengajak peserta didik untuk melakukan percobaan pengambilan barang tertentu seperti penghapus sebanyak dua untuk lebih memahami tentang materi peluang saling bebas yang dipelajari. Selanjutnya, guru mengajak peserta didik untuk memahami definisi dan rumus kejadian majemuk saling bebas, beserta syarat berlakunya.

Guru meminta peserta didik memahami Contoh 4.9 dan Contoh 4.10, beserta alternatif penyelesaiannya. Aktivitas ini bertujuan untuk mendapatkan informasi tentang materi peluang saling bebas, serta membimbing peserta didik dalam melengkapi kegiatan-kegiatan apabila menghadapi kesulitan.

Ayo, Berpikir Kreatif

Guru meminta peserta didik untuk mengaitkan semua informasi yang diperoleh pada kegiatan *Ayo, Bereksplorasi* serta Contoh 4.9 dan Contoh 4.10 untuk menjawab pertanyaan pada *Ayo, Berpikir Kreatif*. Kemudian, mintalah peserta didik untuk berdiskusi dan memuliskan jawabannya.

Alternatif kesimpulan yang diharapkan

Peluang majemuk saling bebas adalah peluang dua atau lebih kejadian yang tidak saling memengaruhi antara kejadian yang satu dengan kejadian yang lainnya.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Ayo, Berkomunikasi

Mintalah peserta didik untuk mengomunikasikan hasil kesimpulan dari kegiatan *Ayo, Berpikir Kreatif* dengan kegiatan presentasi kelas, diskusi

kelas, dan mintalah peserta didik yang lainnya untuk mempertanyakan atau mengomentari terhadap hasil kesimpulan yang didapat.



Ayo, Menggunakan Teknologi

Guru mengarahkan peserta didik untuk memperluas pengetahuannya mengenai peluang kejadian saling bebas dengan mengunjungi tautan yang diberikan pada buku siswa. Selanjutnya, guru mengajukan beberapa pertanyaan berikut kepada peserta didik.

a. Apa yang kamu ketahui tentang peluang kejadian majemuk saling bebas?
b. Ada berapa banyak bentuk diagram venn untuk kejadian majemuk saling bebas?
c. Bagaimana cara menemukan rumus peluang kejadian majemuk saling bebas?
d. Ada berapa jenis kejadian majemuk saling bebas? Sebutkan simbolnya.



Ayo, Berefleksi

Ajaklah peserta didik untuk menuliskan apa yang telah dipelajari tentang kejadian majemuk saling lepas dan saling bebas.

a. Mintalah mereka untuk menuliskan apa yang dimaksud dengan kejadian majemuk, kejadian majemuk saling lepas, dan kejadian majemuk saling bebas.
b. Ajaklah peserta didik untuk mengingat kembali tentang cara menentukan peluang dari kejadian majemuk.
c. Mintalah mereka untuk mengetahui cara menentukan peluang dari kejadian majemuk saling lepas.
d. Mintalah mereka untuk mengetahui cara menentukan peluang dari kejadian majemuk saling bebas.
e. Ajaklah peserta didik untuk menganalisis dan menuliskan tentang adanya hubungan antara kejadian majemuk saling lepas dengan kejadian majemuk saling bebas.

Pembelajaran Berdiferensiasi

Guru meminta peserta didik untuk mengidentifikasi tujuan pembelajaran dengan jelas dan secara aktif merenungkan apa yang telah mereka pelajari melalui pendekatan penuh perhatian yang mendasari pembelajaran berdiferensiasi. Guru memfasilitasi peserta didik agar menyadari terhadap proses pembelajaran yang telah berlangsung melalui pertanyaan-pertanyaan yang menggugah pikiran dan terlibat dalam kegiatan eksploratif yang memancing rasa ingin tahu. Dengan melakukan kegiatan ini, peserta didik lebih terlibat dan terfokus untuk memahami sepenuhnya tentang konsep peluang kejadian majemuk saing bebas secara mendalam, sehingga tidak hanya sekadar menghafal rumus saja.

Selanjutnya, pembelajaran menjadi relevan dengan menyesuaikan materi dan pendekatan yang dibutuhkan berdasarkan gaya belajar masing-masing peserta didik. Misalnya, untuk peserta didik yang kinestetik menggunakan alat peraga untuk melakukan eksperimen langsung, sedangkan peserta didik yang visual menggunakan peta konsep dan diagram pohon. Sementara untuk peserta didik yang kemampuannya di atas rata-rata diberikan pertanyaan menalar berbasis konteks dunia nyata. Untuk peserta didik yang kemampuannya di bawah rata-rata diberikan penguatan terbimbing dan latihan bertahap. Strategi ini menjamin bahwa setiap peserta didik dapat mengaitkan konsep peluang kejadian majemuk saling bebas dengan pengalaman pribadi mereka. Hal ini menjadikan pembelajaran lebih dapat diterapkan dengan nyaman.

Pada bagian akhir, disajikan permainan peluang, simulasi interaktif, dan diskusi kelompok yang menyenangkan. Kegiatan-kegiatan ini tidak hanya meningkatkan kemampuan matematisnya, tetapi juga menumbuhkan kerja sama tim dan rasa percaya diri. Lingkungan yang menyenangkan dan penuh semangat mendorong peserta didik untuk berpartisipasi secara aktif dan secara kreatif mengeksplorasi peluang kejadian majemuk saling bebas secara kreatif, sehingga membuat proses belajar menjadi lebih menarik dan penuh semangat.

Peluang Kejadian Majemuk Saling Bebas Bersyarat

Tabel 4.7 Pengalaman Belajar Materi Peluang Kejadian Majemuk Bebas Bersyarat

Kode dan Judul Aktivitas	Pengalaman Belajar	Karakteristik
Ayo, Bereksplorasi Pertunjukan *Monty Hall*.	Memahami	Memberikan kebebasan eksploratif dan kolaboratif.
Ayo, Mencoba Percobaan kartu remi dan kartu *Heart*.	Mengaplikasi	Menerapkan pengetahuan ke dalam situasi nyata atau bidang lain.
Tahukah Kalian	Memahami	Menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya.
Ayo, Berpikir Kreatif Pemahaman konsep peluang majemuk saling bebas bersyarat.	Merefleksi	Menerapkan strategi berpikir.
Ayo, Berkomunikasi Diskusi Kelompok tentang peluang majemuk saling bebas bersyarat	Merefleksi	Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.
Ayo, Menggunakan Teknologi Belajar lanjutan tentang Peluang Kejadian Saling bebas bersyarat	Merefleksi	Memotivasi diri sendiri untuk terus belajar bagaimana cara belajar.
Ayo, Berefleksi Refleksi peluang majemuk saling lepas dan saling bebas bersyarat	Merefleksi	Refleksi terhadap pencapaian tujuan pembelajaran (evaluasi diri).

Ayo, Bereksplorasi

Guru meminta peserta didik untuk memperhatikan dengan cermat pada permainan pintu rahasia. Ajaklah peserta didik melakukan kegiatan seperti petunjukan yang disediakan pada buku siswa sesuai langkah kegiatan. Mintalah kepada mereka untuk berpikir strategis mengenai apa yang harus dilaukan agar petunjukannya menjadi lebih menarik.

Ayo, Mencoba

Guru meminta peserta didik untuk menyebutkan kejadian apa saja yang mungkin muncul pada pengambilan dua kartu secara satu persatu dengan diberikan syarat tertentu.

Istilah-istilah matematika yang diharapkan berdasarkan hasil pengamatannya adalah kejadian saling bebas bersyarat dan peluang kejadian saling bebas bersyarat.

Tahukah Kalian

Mintalah peserta didik mengeksplorasi tentang kejadian $B|A$ merupakan suatu kejadian B terjadi setelah A terjadi.

Guru mengajak peserta didik untuk memahami definisi dan rumus kejadian majemuk saling bebas bersyarat, beserta syarat berlakunya.

Kemudian, guru meminta peserta didik memahami Contoh 4.11 dan Contoh 4.12, beserta alternatif penyelesaiannya untuk mendapatkan informasi tentang materi peluang saling bebas bersyarat, serta membimbing peserta didik dalam melengkapi kegiatan-kegiatan jika menghadapi kesulitan.

Ayo, Berpikir Kreatif

Guru meminta peserta didik untuk mengkaitkan semua informasi yang diperoleh pada kegiatan *Ayo, Bereksplorasi*; *Ayo, Mencoba*; serta Contoh 4.11 dan Contoh 4.12 untuk menjawab pertanyaan pada *Ayo, Berpikir Kreatif*. Kemudian, mintalah peserta didik untuk berdiskusi dan memuliskan jawabannya.

Alternatif kesimpulan yang diharapkan

Peluang bersyarat adalah peluang dua kejadian yang saling bergantung antara kejadian yang satu dengan kejadian yang lain. Terjadi atau tidak terjadinya kejadian A akan mempengaruhi terjadinya atau tidak terjadinya kejadian B:

$$P(B \mid A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)}$$

Ayo, Berkomunikasi

Mintalah peserta didik untuk mengomunikasikan hasil kesimpulan dari kegiatan *Ayo, Berpikir Kreatif* dengan kegiatan presentasi kelas, diskusi kelas, dan mintalah peserta didik lainnya untuk mempertanyakan atau mengomentari hasil kesimpulan yang didapat.

Ayo, Menggunakan Teknologi

Guru mengarahkan peserta didik untuk memperluas pengetahuannya mengenai peluang kejadian bersyarat dengan mengunjungi tautan yang diberikan pada buku siswa. Selanjutnya, guru mengajukan beberapa pertanyaan berikut kepada peserta didik.

a. Apa yang kamu ketahui tentang peluang kejadian majemuk saling bebas bersyarat?
b. Adakah bentuk diagram venn untuk kejadian majemuk saling bebas bersyarat?

c. Bagaimana cara menemukan rumus peluang kejadian majemuk saling bebas bersyarat?

d. Ada berapa jenis kejadian majemuk saling bebas bersyarat? Sebutkan simbolnya.



Ayo, Berefleksi

Ajaklah peserta didik untuk menuliskan apa saja yang telah mereka pelajari tentang kejadian majemuk saling bebas bersyarat.

a. Mintalah peserta didik untuk menuliskan syarat suatu kejadian termasuk dalam kategori kejadian majemuk saling bebas bersyarat.

b. Mintalah mereka untuk menuliskan yang dimaksud dengan kejadian majemuk saling bebas bersyarat.

c. Mintalah mereka untuk mengetahui cara menentukan peluang kejadian majemuk saling bebas bersyarat.

d. Ajaklah peserta didik untuk menganalisis dan menuliskan tentang hubungan antara kejadian majemuk saling lepas, kejadian majemuk saling bebas, dengan kejadian majemuk saling bebas bersyarat.

Pembelajaran Berdiferensiasi

Guru meminta peserta didik untuk mengidentifikasi tujuan pembelajaran dengan jelas dan secara aktif merenungkan apa yang telah mereka pelajari melalui pendekatan penuh perhatian yang mendasari pembelajaran berdiferensiasi. Guru memfasilitasi peserta didik agar menyadari proses pembelajaran yang telah berlangsung melalui pertanyaan-pertanyaan yang menggugah pikiran dan terlibat dalam kegiatan eksploratif yang memancing rasa ingin tahu. Dengan melakukan kegitan ini, peserta didik lebih terlibat dan terfokus untuk memahami sepenuhnya tentang konsep peluang kejadian majemuk saling bebas bersyarat secara mendalam, sehingga tidak hanya sekadar menghafal rumus saja.

Selanjutnya, pembelajaran menjadi relevan dengan menyesuaikan materi dan pendekatan yang dibutuhkan berdasarkan gaya belajar masing-masing peserta didik. Misalnya, untuk peserta didik yang kinestetik menggunakan alat

peraga untuk melakukan eksperimen langsung, sedangkan peserta didik yang visual menggunakan peta konsep dan diagram pohon. Sementara untuk peserta didik yang kemampuannya di atas rata-rata diberikan pertanyaan menalar berbasis konteks dunia nyata. Untuk peserta didik yang kemampuannya di bawah rata-rata diberikan penguatan terbimbing dan latihan bertahap. Strategi ini menjamin bahwa setiap peserta didik dapat mengaitkan konsep peluang kejadian majemuk saling bebas bersyarat dengan pengalaman pribadi mereka.

Pada bagian akhir, disajikan permainan peluang, simulasi interaktif, dan diskusi kelompok yang menyenangkan. Kegiatan-kegiatan ini tidak hanya meningkatkan kemampuan matematisnya, tetapi juga menumbuhkan kerja sama tim dan rasa percaya diri. Lingkungan yang menyenangkan dan penuh semangat mendorong peserta didik untuk berpartisipasi secara aktif dan secara kreatif mengeksplorasi peluang kejadian majemuk saling bebas bersyarat secara kreatif, sehingga membuat proses belajar menjadi lebih menarik dan penuh semangat.

G. Sumatif

Alternatif Sumatif 1

Guru menugaskan proyek yang menguji pemahaman peserta didik tentang mata pelajaran peluang suatu kejadian dalam suasana yang menyenangkan dan autentik sebagai bentuk evaluasi sumatif di akhir pembelajaran. Peserta didik diminta untuk memilih dari berbagai kegiatan observasi atau eksperimen, seperti permainan sederhana yang melibatkan unsur peluang, mengamati dengan cermat pada kejadian umum yang dapat dianalisis kejadiannya, atau melakukan eksperimen tertentu dengan menggunakan alat bantu seperti koin, dadu, kelereng, atau alat bantu lainnya yang serupa.

Peserta didik didorong untuk berpikir kritis, kreatif, dan inovatif melalui asesmen ini, yang mencakup pemahaman tentang bagaimana mereka menerapkan konsep peluang untuk menjelaskan suatu kejadian dan mampu menjelaskan ruang sampel, kejadian, dan kalkulasi probabilitas, baik secara teoretis maupun berdasarkan temuan eksperimen. Peserta didik juga didorong untuk membuat hubungan yang signifikan antara konten dan skenario dunia nyata, seperti mengaitkan konsep peluang dengan permainan, cuaca, atau

rutinitas teman sekelas mereka. Untuk menumbuhkan lingkungan belajar yang ceria dan menyenangkan, asesmen ini disusun sebagai proyek kreatif yang memberi peserta didik kesempatan untuk bekerja secara mandiri dan kolaboratif, mengembangkan permainan, membuat grafik, menyusun laporan visual yang menarik, dan menyajikan temuan mereka secara interaktif di depan kelas.

Berikut ini contoh kisi-kisi penilaian proyek (Tabel 4.8) dan rubrik penilaian proyek (Tabel 4.9 dan Tabel 4.10).

Tabel 4.8 Contoh Kisi-Kisi Penilaian Proyek

No.	Tujuan Pembelajaran	Materi	Indikator	Teknik Penilaian
1.	Peserta didik mampu menerapkan kombinatorik dalam menentukan peluang kejadian dan kejadian majemuk.	Peluang Suatu Kejadian	Peserta didik mampu menerapkan konsep kombinatorik secara bermakna untuk menalar dan menyelesaikan masalah peluang kejadian dan kejadian majemuk secara logis, kritis, dan reflektif.	Proyek

Tabel 4.9 Contoh Rubrik Penilaian Proyek

Kriteria	Skor				
	0	1	2	3	4
1. Kemampuan merencanakan.					
2. Kemampuan menggunakan batang lidi secara tepat berdasarkan instruksi pada tugas proyek.					
3. Kemampuan menemukan macam-macam segi empat dan segitiga yang dibuat dari lidi.					
4. Kemampuan menjelaskan cara menemukan bentuk segi empat dan segitiga melalui lidi.					
5. Poster (produk).					
Skor maksimum	**20**				

Catatan:

Guru dapat menetapkan bobot yang berbeda-beda antara aspek satu dan lainnya pada penilaian (sebagaimana contoh rubrik penilaian di atas), dengan memperhatikan karakteristik tujuan pembelajaran atau keterampilan yang dinilai.

Tabel 4.10 Contoh Rubrik Penilaian Proyek

No.	Indikator	Rubrik
1.	Kemampuan perencanaan.	2 = Perencanaan lengkap (bahan, cara kerja, dan hasil) dan rinci. 1 = Perencanaan kurang lengkap. 0 = Tidak ada perencanaan.
2.	Kemampuan menggunakan batang lidi secara tepat berdasarkan instruksi pada tugas proyek.	2 = Menggambar dan memberi label secara tepat sesuai batang lidi yang dilihat dalam susunan. 1 = Menggambar dengan tepat tetapi salah dalam memberikan label atau sebaliknya. 0 = Gambar dan label tidak tepat.
3.	Kemampuan menemukan macam-macam segi empat dan segitiga yang dibuat dari lidi.	4 = Menggambar dan memberi label secara tepat dan lengkap. 3 = Menggambar dan memberi label secara tepat, tetapi tidak lengkap. 2 = Menggambar dengan tepat tetapi keliru dalam pemberian label. 1 = Menggambar dan memberi label dengan tidak tepat. 0 = Tidak ada gambar.

No.	Indikator	Rubrik
4.	Kemampuan menjelaskan cara menemukan bentuk segi empat dan segitiga melalui lidi.	4 = Menjelaskan secara tepat, lengkap, dan runtut. 3 = Menjelaskan secara tepat, lengkap, tetapi kurang runtut. 2 = Menjelaskan secara tepat, tetapi kurang lengkap dan kurang runtut. 1 = Menjelaskan secara kurang tepat, kurang lengkap, dan kurang runtut. 0 = Tidak melakukan presentasi.
5.	Poster (produk).	3 = Poster menarik, informatif, dan merepresentasikan konteks secara tepat. 2 = Poster kurang menarik, kurang informatif, tetapi merepresentasikan konteks secara tepat. 1 = Poster kurang menarik, kurang informatif, dan kurang merepresentasikan konteks secara tepat. 0 = Tidak ada poster.

$$\textbf{Nilai} = \frac{\text{Skor perolehan}}{15} \times \textbf{100}$$

Alternatif Sumatif 2

Peserta didik diberi tugas proyek kreatif yang mendorong pemahaman dan refleksi mendalam sebagai jenis evaluasi sumatif pada akhir pembelajaran peluang kejadian majemuk. Peserta didik bekerja dalam kelompok untuk membuat simulasi berdasarkan dua kejadian. Misalnya, mereka dapat

membuat permainan menggunakan dua dadu, dua pemutar warna-warni, atau menarik kartu secara berurutan tanpa pengembalian. Setiap kelompok harus mampu menghitung peluang kejadian majemuk secara matematis dan menjelaskan jenis kejadian yang terjadi.

Peserta didik membuat simulasi, melakukan eksperimen nyata dengan sedikitnya 15 kali pengulangan, mencatat hasilnya, dan membandingkan hasil eksperimen dengan kemungkinan teoretis. Grafik, tabel, dan penjelasan naratif singkat digunakan untuk memberikan laporan temuan yang menggambarkan seberapa baik hasil eksperimen sesuai dengan teori. Strategi ini penting karena mengajarkan peserta didik untuk berpikir kritis dengan berfokus pada hubungan antara kejadian dan membuat keputusan berdasarkan data. Mereka juga mengaitkan ide matematika dengan tugas autentik yang mereka rancang sendiri.

Hasil proyek ditampilkan sebagai presentasi interaktif atau pameran kelas mini untuk menyediakan lingkungan belajar yang menyenangkan. Seetiap kelompok mendemonstrasikan simulasi mereka sambil mengajarkan konsep peluang kejadian majemuk kepada teman sekelas mereka. Peserta didik memiliki kebebasan untuk mengekspresikan diri secara kreatif melalui desain permainan, teknik presentasi, dan penggunaan media visual. Melalui asesmen sumatif ini, peserta didik tidak hanya menunjukkan pemahaman kognitif mereka, tetapi juga keterampilan kolaborasi, komunikasi, dan inovasi. Semua hal ini merupakan komponen penting dari pembelajaran mendalam yang dapat mendukung keterampilan abad ke-21.

Tabel 4.11 Contoh Pedoman Penilaian

No.	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan
1.	Keterselesaian buku siswa	B^-	Bila buku siswa terselesaikan dengan baik.
		$< B^-$	Bila ada bagian dari buku siswa yang tidak terselesaikan
2.	Portofolio: a. Uji Kompetensi b. Soal dari tempat lain	A	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori sangat sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik.
		A^-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori sulit dan mampu menyelesaikannya dengan baik.

No.	Aspek Penilaian	Capaian	Keterangan
		B^+	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori sedang dan mampu menyelesaikannya dengan baik.
		B	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori mudah dan mampu menyelesaikannya dengan baik.
		B^-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori sangat sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik.
		B, B^-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori sulit dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik.
		B^+, B, B^-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori sedang dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik.
		A^-, B+, B, B^-	Bila memilih soal dari Uji Kompetensi dengan kategori mudah dan kurang mampu menyelesaikannya dengan baik.
	Proyek	A	Bila proyek terselesaikan dan manpu mempresentasikan dengan baik.
		A^-, B+, B,	Bila ada bagian dari proyek yang tidak terselesaikan atau kurang mampu mempresentasikan.
		B^-	Bila proyek tidak terselesaikan sama sekali.

Keterangan:
- Nilai Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM) = B^-
- Aspek penilaian nomor 1 adalah syarat nilai yang harus terpenuhi, sedangkan aspek penilaian nomor 2 adalah penambahan nilai.

H. Kunci Jawaban

Kunci Jawaban Latihan 4.1

1. Jawaban:

   c. Kemungkinan gempa bumi terjadi di Kota A dalam 20 tahun ke depan lebih besar daripada kemungkinan tidak terjadi sama sekali.

   Alternatif penyelesaian:

   Pertanyaan yang diajukan ini berkaitan dengan konsep peluang untuk data statistik. Pertanyaan ini menguji pemahaman peserta didik terhadap penilaian seorang ahli geologi tentang kemungkinan terjadinya gempa bumi di Kota A selama 20 tahun ke depan.

   Misalkan A: peluang gempa bumi akan terjadi dalam 20 tahun ke depan.
   B: peluang gempa bumi tidak akan terjadi dalam 20 tahun ke depan.

   $P(A) = \frac{2}{3}$, maka $P(B) = 1 - P(A)$
   $= 1 - \frac{2}{3}$
   $= \frac{1}{3}$

   Coba perhatikan dengan cermat pernyataan dari ahli geologi, "kemungkinan terjadinya gempa bumi di Kota A selama 20 tahun ke depan adalah dua per tiga". Hal ini menunjukkan bahwa ada kemungkinan terjadinya gempa bumi cukup tinggi di Kota A selama 20 tahun ke depan, karena $\frac{2}{3}$. Dengan demikian, ada kemungkinan sebesar $\frac{1}{3}$ bahwa tidak akan terjadi gempa bumi.

   $P(A) = \frac{2}{3} > P(B) = \frac{1}{3}$

   Jadi, kemungkinan gempa bumi terjadi di Kota A dalam 20 tahun ke depan lebih besar daripada kemungkinan tidak terjadi sama sekali.

2. Jawaban:

   b. 0,175

Alternatif penyelesaian:

Pada tabel perkiraan menunjukkan bahwa Inggris memiliki peluang menang di perempat final sebesar 0,7.

Sementara itu, untuk menjadi juara dunia, Inggris harus memenangkan semifinal dan final dengan peluang 50% atau 0,5.

Jadi, peluang Inggris untuk menjadi juara dunia adalah $0{,}7 \times 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}175$.

3. *Alternatif penyelesaian:*

Banyaknya susunan angka dari tiga pelemparan suatu dadu bermata 6 adalah sebagai berikut.

$n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 216$

Tabel berikut merupakan kejadian jumlah mata dadu pada tiga lemparan.

Susunan ke	Angka Lemparan I	Angka Lemparan II	Angka Lemparan III	Angka Lemparan IV
1	1	5	6	12
2	1	6	5	12
3	2	4	6	12
4	2	5	5	12
5	2	6	4	12
6	3	3	6	12
7	3	4	5	12
8	3	5	4	12
9	3	6	3	12
10	4	2	6	12
11	4	3	5	12
12	4	4	4	12
13	4	5	3	12
14	4	6	2	12
15	5	1	6	12
16	5	2	5	12

Susunan ke	Angka Lemparan I	Angka Lemparan II	Angka Lemparan III	Angka Lemparan IV
17	5	3	4	12
18	5	4	3	12
19	5	5	2	12
20	5	6	1	12
21	6	1	5	12
22	6	2	4	12
23	6	3	3	12
24	6	4	2	12
25	6	5	1	12

Dengan demikian, ada 25 kemungkinan susunan, sehingga $n(A) = 25$.

Jadi, peluangnya adalah $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{25}{216}$.

4. *Alternatif penyelesaian:*

Berdasarkan informasi dari soal, maka soal ini termasuk kombinasi.

Semua kombinasi 3 siswa dari 10 siswa yang mungkin adalah sebanyak

$$C_3^{10} = \frac{10!}{(10-3)! \times 3!} \times \frac{10!}{7! \times 3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 10 \times 3 \times 4 = 120$$

Banyaknya kombinasi 2 siswa aljabar dan 1 siswa ilmu komputer adalah sebanyak

$$C_2^6 \times C_1^4 = \frac{6!}{(6-2)! \times 2!} \times \frac{4!}{(4-1)! \times 1!} = 3 \times 5 \times 4 = 60$$

Dengan demikian peluang terpilihnya delegasi OSN yang terdiri dari 2 siswa aljabar dan 1 siswa ilmu komputer adalah $\frac{C_2^6 . C_1^4}{C_3^{10}} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$.

Jadi, peluang terpilihnya 2 siswa aljabar dan 1 siswa ilmu komputer adalah $\frac{1}{2}$.

5. *Alternatif penyelesaian:*

Ruang sampel dari angka 2, 2, 3, 4, 5, dan 7 ada sebanyak 5. Kedua angka 2 dihitung 1, karena angkanya sama.

Kemudian, mencari peluang muncul angka kedua lebih kecil dari angka pertama, yakni ada empat kemungkinan sebagai berikut.

a. Jika angka pertama 7, maka kemungkinan angka kedua adalah 6, 5, 4, dan 2, sehingga peluangnya adalah $\frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{25}$.

b. Jika angka pertama 6, maka kemungkinan angka kedua adalah 5, 4, dan 2, sehingga peluangnya adalah $\frac{1}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{25}$.

c. Jika angka pertama 5, maka kemungkinan angka kedua adalah 4 dan 2, sehingga peluangnya adalah $\frac{1}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{25}$.

d. Jika angka pertama 4, maka kemungkinan angka kedua adalah 2 saja, sehingga peluangnya adalah $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$.

Dengan demikian, total peluang seluruhnya = $\frac{4}{25} + \frac{3}{25} + \frac{2}{25} + \frac{1}{25} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$.

Jadi, peluang muncul angka kedua lebih kecil dari angka pertama adalah $\frac{2}{5}$.

6. *Alternatif penyelesaian:*

Menurut informasi dari soal, dua dadu bersisi 6 dilempar bersamaan, maka banyak kemungkinan variasi pasangan angka yang muncul adalah $n(S) = 6 \times 6 = 36$.

Kemudian, karena dadu pertama diberi nomor 1, 1, 2, 3, 3, dan 3, sedangkan dadu kedua diberi nomor –1, –1, –1, –2, –2, dan –3, maka kemungkinan pasangan yang terjadi dengan syarat penjumlahan angkanya positif terlihat seperti dalam tabel berikut.

Kemungkinan ke-	Dadu 1	Dadu 2	Banyak Variasi
1	2	–1	$1 \times 3 = 3$
2	3	–1 atau –2	$3 \times 5 = 15$
Jumlah Variasi			18

Dengan demikian $n(A) = 18$ dan $n(S) = 36$, sehingga nilai peluangnya ditentukan sebagai berikut.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

Jadi, peluang terjadinya jumlah bilangan pada kedua dadu bernilai positif adalah $\frac{1}{2}$.

7. *Alternatif penyelesaian:*

Misalkan kode kartu ATM tersebut adalah $x = abcde$ (di mana a digit puluh ribuan, b digit ribuan, c digit ratusan, d digit puluhan, dan e digit satuan), maka dari ciri-ciri yang ada dapat diturunkan hubungan sebagai berikut.

a. Kode lima digit.

$a \neq 0$

b. Digit puluhan sebesar dua kali lipat dari digit ribuan.

$d = 2b$

c. Jika digit satuan dan ratusan ditukar, nilai bilangan tersebut tidak berubah.

$c = e$

d. Digit puluhan dan ribuan bukan nol.

$b \neq 0, d \neq 0$

Selanjutnya, perhatikan susunan angka untuk x berikut.

a	b	c	d	e

Banyak kemungkinan angka untuk menyusun kode ATM di atas adalah sebagai berikut.

Untuk a, bilangan yang mungkin adalah 1, 2, 3, ..., 9 (ada 9 angka).

Untuk b, adalah 1, 2, 3, 4 (ada 4 angka, ini karena adanya hubungan $d = 2b$). Hal ini berkaitan dengan bilangan untuk d, yaitu 2, 4, 6, 8 (ada 4 angka).

Selanjutnya, untuk c dan e adalah 0, 1, 2, 3, ..., 9 (ada 10 angka dan $c = e$).

Karena pilihan angka pada d ditentukan oleh pilihan pada b, begitu juga angka pada e ditentukan pilihan c, maka penyusunan angka pada kode ini sama dengan menyusun 3 angka saja, yaitu sebagai berikut.

a	b	c

Dengan demikian, $n(S) = 9 \times 4 \times 10 = 360$.

Peluang pemilik ATM dapat menebak dengan tepat adalah satu dari 360 kemungkinan.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{360}$$

Jadi, peluang pemilik ATM dapat langsung menebaknya dengan benar adalah $\frac{1}{360}$.

Kunci Jawaban Latihan 4.2

1. *Alternatif penyelesaian:*

Kejadian I

Mereka akan menghadapi cuaca buruk atau masalah dengan lembaga pemerintah.

Notasi: (A ∪ B)

Kejadian II

Mereka akan menghadapi masalah dengan lembaga pemerintah atau kesulitan dengan alat-alat fotografi.

Notasi: (B ∪ C)

Kejadian III

Mereka akan menghadapi cuaca buruk atau kesulitan dengan alat-alat fotografi.

Notasi: (A ∪ C)

Kejadian IV

Mereka akan menghadapi masalah dengan cuaca buruk atau masalah dengan lembaga pemerintah atau kesulitan dengan alat-alat fotografi.

Notasi: (A ∪ B ∪ C)

Kejadian V

Mereka akan menghadapi cuaca buruk dan masalah dengan lembaga pemerintah.

Notasi: (A ∩ B)

Kejadian VI

Mereka akan menghadapi cuaca buruk dan kesulitan dengan alat-alat fotografi.

Notasi: (A ∩ C)

Kejadian VII

Mereka akan menghadapi masalah dengan lembaga pemerintah dan kesulitan dengan alat-alat fotografi.

Notasi: $(B \cap C)$

Kejadian VIII

Mereka akan menghadapi cuaca buruk dan masalah dengan lembaga pemerintah dan kesulitan dengan alat-alat fotografi.

Notasi: $(A \cap B \cap C)$

2. *Alternatif penyelesaian:*

   Misalkan: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $n(S) = 6$

   $A = \{6\}$, $n(A) = 1$

   $B = \{5\}$, $n(B) = 1$

   a) $P(A \cap B) = 0$

   b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

   $$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

   $$= \frac{1}{3}$$

3. *Alternatif penyelesaian:*

   Diketahui:

   $n(S) = 6 \times 6 = 36$

   $A = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)\}$, $n(A) = 6$

   $B = \{(1, 4), (2, 4), (3, 4), (4, 4), (5, 4), (6, 4)\}$, $n(B) = 6$

   $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

   Dikarenakan A dan B tidak saling lepas, maka didapat

   $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

   $$= \frac{6}{36} + \frac{6}{36} - \frac{1}{36}$$

   $$= \frac{11}{36}$$

   Jadi, pendapat yang lebih tepat adalah pendapat Anita.

4. *Alternatif penyelesaian:*

   Misalkan A adalah kejadian terambilnya 2 apel merah.

   B adalah kejadian terambilnya 2 apel hijau.

   Kejadian A dan B saling lepas, sehingga $P(A \cap B) = 0$.

5. *Alternatif penyelesaian:*

   P(1 biru) = P (1 biru pada kantong pertama atau 1 biru pada kantong kedua)

   P(1 biru) = P (1 biru pada kantong pertama) + P (1 biru pada kantong kedua)

   $$P(\text{1 biru}) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{7}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{4}\right)$$

   $$= \frac{15}{56}$$

6. *Alternatif penyelesaian:*

   Menurut informasi pada soal, setiap set kartu terdiri atas 52 lembar dengan empat warna berbeda (merah, kuning, hijau, dan biru). Masing-masing warna terdiri atas 13 kartu bernomor 1 sampai dengan 13, maka banyak masing-masing kartu ada 26 dan total semua kartu sebanyak 104.

   Banyak kartu berwarna merah ada 26,

   maka peluang terambil kartu berwarna merah = $\frac{26}{104}$

   Banyak kartu bernomor 13 ada 8, serta kartu bernomor 13 dan berwarna merah ada 2, sehingga $8 - 2 = 6$

   maka peluang terambil kartu bernomor 13 = $\frac{6}{104}$

   Dengan demikian,

   peluang terambil kartu berwarna merah atau bernomor 13 = $\frac{26}{104} + \frac{6}{104}$

   $$= \frac{32}{104}$$

   $$= \frac{4}{13}$$

   Jadi, Peluang terambil kartu berwarna merah atau bernomor 13 adalah $\frac{4}{13}$.

Kunci Jawaban Latihan 4.3

1. *Alternatif penyelesaian:*

   $n(S) = 6 \times 6 = 36$

   A = {(3, 4), (4, 3), (6, 2), (2, 6)}, $n(A) = 4$

   B = {(2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4}, $n(B) = 5$

   $A \cap B$ = {(2, 6), (6, 2)}, $n(A \cap B) = 2$

   Dengan demikian,

   $P(A) = \frac{4}{36}$

   $P(B) = \frac{5}{36}$

   $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

   $= \frac{2}{36} : \frac{5}{36}$

   $= \frac{2}{5}$

   $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

   $= \frac{2}{36} : \frac{4}{36}$

   $= \frac{1}{2}$

   Jadi, $P(A|B) = \frac{2}{5}$ dan $P(A|B) = \frac{1}{2}$

2. *Alternatif penyelesaian:*

   Misalkan A adalah kejadian terambilnya kartu pertama adalah kartu As.

   B adalah kejadian terambilnya kartu kedua adalah kartu King.

   Kartu pertama yang terambil adalah kartu As maka peluangnya adalah $= P(A) = \frac{4}{52}$.

   Karena kartu tidak dikembalikan, maka banyak kartu tinggal 51 dengan kartu King tetap 4 kartu, jika kartu pertama yang terambil adalah kartu As.

   Peluang pengambilan kartu kedua adalah kartu King, setelah pengambilan kartu pertama adalah kartu As adalah $= P(B|A) = \frac{4}{51}$.

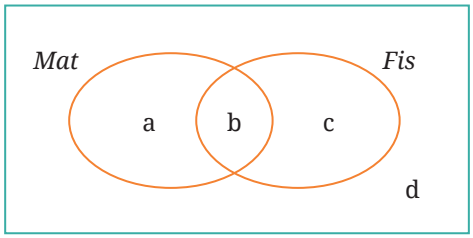
Jadi, peluang pengambilan pertama adalah kartu As dan pengambilan kedua adalah kartu King adalah $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) = \frac{4}{52} \times \frac{4}{51} = \frac{4}{663}$.

3. Diketahui ada 40 siswa, 34 siswa menyukai matematika, 22 siswa menyukai fisika, serta 2 siswa tidak menyukai keduanya.

Alternatif penyelesaian:

Berikut salah satu caranya.

Perhatikan ilustrasi diagram venn berikut.



$a + b + c + d = 40$ ..... (1)

$a + b = 34$ ..... (2)

$b + c = 22$ ..... (3)

$d = 2$ ..... (4)

Dari persamaan (1), (2) dan (4) diperoleh $34 + c + 2 = 40$ maka $c = 4$.

$b + c = 22$, sehingga $b = 18$.

Jadi, $P(M|F) = \frac{n(M \cap F)}{n(F)}$

$= \frac{18}{22}$

$= \frac{9}{11}$

4. Diketahui ada 4 bola hijau dan 6 bola kuning. Akan diambil 4 bola secara acak.

Alternatif penyelesaian:

a) $P(H \cap H \cap K \cap K) = P(H) \times P(H) \times P(K) \times P(K)$

$= \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{6}{8} \times \frac{5}{7}$

$= \frac{1}{14}$

b) $P(H \cap H \cap K \cap K) = P(H) \times P(H) \times P(K) \times P(K)$

$$= \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{6}{10}$$

$$= \frac{36}{625}$$

5. Diketahui 5 bola hitam (H) dan 5 bola putih (K). Akan dipilih 2 bola secara acak tiga kali berturut-turut.

Alternatif penyelesaian:

a) $P(H \cap H \cap K) = P(H) \times P(H) \times P(K)$

$$= \frac{C_2^5}{C_2^{10}} \times \frac{C_2^3}{C_2^8} \times \frac{C_2^5}{C_2^6}$$

$$= \frac{10}{45} \times \frac{3}{28} \times \frac{10}{15}$$

$$= \frac{1}{63}$$

b) $P(H \cap H \cap K) = P(H) \times P(H) \times P(K)$

$$= \frac{C_2^5}{C_2^{10}} \times \frac{C_2^5}{C_2^{10}} \times \frac{C_2^5}{C_2^{10}}$$

$$= \frac{10}{45} \times \frac{10}{45} \times \frac{10}{45}$$

$$= \frac{8}{729}$$

Kunci Jawaban Uji Kompetensi Bab 4

1. *Alternatif penyelesaian:*

(1) Jawabannya benar.

Bantul

Laki-laki = $\frac{491.003}{985.770} \times 100\% = 49{,}81\%$ dan dibulatkan menjadi 50%.

Perempuan = $\frac{494.737}{985.770} \times 100\% = 50{,}19\%$ dan dibulatkan menjadi 50%.

Jadi, peluangnya sama besar.

(2) Jawabannya benar.

Kulon Progo = $\frac{220.228}{436.395} \times 100\% = 50{,}46\%$

Bantul = $\frac{494.737}{985.770} \times 100\% = 50{,}19\%$

Gunung Kidul = $\frac{377.838}{747.161} \times 100\% = 50{,}47\%$

Sleman = $\frac{566.419}{1.125.804} \times 100\% = 50{,}31\%$

Kota Yogyakarta = $\frac{191.570}{373.589} \times 100\% = 51{,}28\%$

Daerah Istimewa Yogyakarta = $\frac{1.850.792}{3.668.719} \times 100\% = 50{,}45\%$

(3) Jawabannya salah.

Karena paling besar di Bantul.

Kulon Progo = $\frac{216.167}{436.395} \times 100\% = 49{,}54\%$

Bantul = $\frac{491.003}{985.770} \times 100\% = 49{,}81\%$

Gunung Kidul = $\frac{369.323}{747.161} \times 100\% = 49{,}43\%$

Sleman = $\frac{559.385}{1.125.804} \times 100\% = 49{,}69\%$

Kota Yogyakarta = $\frac{182.019}{373.589} \times 100\% = 48{,}72\%$

Daerah Istimewa Yogyakarta = $\frac{1.817.927}{3.668.719} \times 100\% = 49{,}55\%$

(4) Jawabannya benar.

Karena laki-laki Kota Yogyakarta = $\frac{182.019}{373.589} \times 100\% = 48{,}72\%$

Dengan demikian, paling kecil dibandingkan kota yang lain.

Jadi, jawabannya adalah benar, benar, salah, benar.

2. *Alternatif penyelesaian:*

Tidak ada aturan berfoto = $5! = 120$ cara.

Evan selalu di pojok kiri = $1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ cara.

Dengan demikian, peluang mereka berfoto tanpa aturan adalah 1.

Peluang mereka berfoto ada aturan kurang dari 1.

Peluang Evan selalu di sebelah kiri pojok adalah $\frac{24}{120} = \frac{1}{5}$.

3. *Alternatif penyelesaian:*

Menurut informasi dari soal, bahwa tidak akan terjadi pelemparan dadu apabila pada pelemparan mata uang muncul sisi gambar, karena percobaan dihentikan.

Misalkan

A : Kejadian munculnya sisi gambar (G) pada pelemparan uang logam pertama kali.

$P(A) = \frac{1}{2}$

B : Kejadian munculnya sisi gambar (GG) pada pelemparan uang logam kedua kalinya.

$P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

C : Kejadian munculnya sisi gambar (GGG) pada pelemparan uang logam ketiga kalinya.

$P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Dengan demikian, peluang seluruhnya $= P(A) \times P(B) \times P(C)$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{8}$

$= \frac{1}{64}$

Jadi, peluang tidak pernah terjadi pelemparan dadu adalah $\frac{1}{64}$.

4. Diketahui dua dadu dan sekeping koin dilempar sekaligus, kemudian dicatat sisi yang muncul. Karena diasumsikan munculnya setiap mata dadu seimbang dan munculnya setiap koin seimbang, maka peluang akan didapatkan sisi angka pada mata uang dan kedua mata dadu berjumlah 5 adalah sebagai berikut.

   (1) Koin memiliki dua sisi, yakni sisi angka dan sisi gambar, sehingga peluang sisi angka pada koin = $\frac{1}{2}$.

   (2) Dua mata dadu yang berjumlah 5 ada sebanyak 4, yakni 1 dan 4, 2 dan 3, 4 dan 1, 3 dan 2. Peluang kedua mata dadu berjumlah 5 = $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

   Dikarenakan kejadian (1) dan (2) adalah saling berkaitan, maka peluang akan didapatkan sisi angka pada koin dan kedua mata dadu berjumlah 5 adalah $\frac{1}{2} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{18}$.

   Jadi, peluang akan didapatkan sisi angka pada koin dan kedua mata dadu berjumlah 5 adalah $\frac{1}{18}$.

5. *Alternatif penyelesaian:*

Menurut informasi pada soal, setiap set kartu terdiri atas 52 lembar dengan empat warna berbeda (merah, kuning, hijau, dan biru). Masing-masing warna terdiri atas 13 kartu bernomor 1 sampai dengan 13, maka banyak masing-masing kartu ada 26 dan total semua kartu sebanyak 104

Banyak kartu berwarna merah ada 26, maka peluang terambil kartu berwarna merah = $\frac{26}{104}$.

Banyak kartu bernomor 13 ada 8 – 2 = 6, maka peluang terambil kartu bernomor 13 = $\frac{6}{104}$.

Dengan demikian,

peluang terambil kartu berwarna merah atau bernomor 13 $= \frac{26}{104} + \frac{6}{104}$

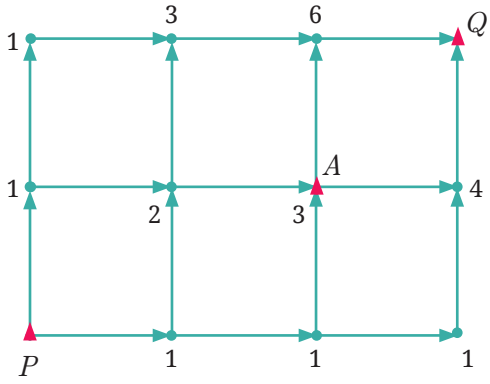
$= \frac{32}{104}$

$= \frac{8}{26}$

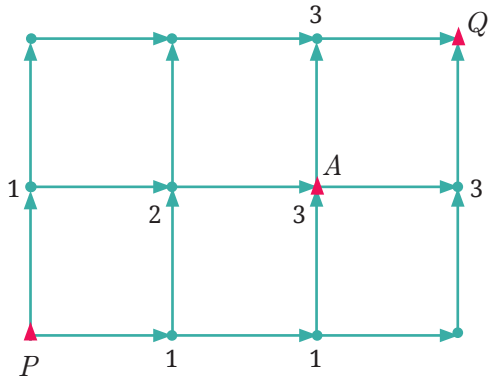
Jadi, peluang terambil kartu berwarna merah atau bernomor 13 adalah $\frac{8}{26}$.

6. *Alternatif penyelesaian:*

Berdasarkan informasi pada soal, bahwa Ervina akan melakukan perjalanan dari P ke Q. Banyak perjalanan dari P ke Q tanpa syarat adalah $n(S) = 10$.



$n(S) = 10$



$n(E) = 6$

Kejadian E yang diharapkan adalah Ervina melakukan perjalanan dari P ke Q melalui rute A, sehingga banyak perjalanan adalah $n(E) = 6$.

Peluang kejadian E adalah

$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

7. Diketahui kotak berisi 3 kelereng merah, 4 kelereng hijau, dan 5 kelereng biru. Akan diambil 3 kelereng secara acak.

   Alternatif penyelesaian:

   Jumlah seluruh kelereng ada 12.

   Banyaknya cara memilih 3 dari 12 kelereng adalah $C_3^{12} = 220$.

   a. Banyaknya cara memilih 3 kelereng merah dari 3 kelereng merah adalah $C_3^3 = 1$. Peluang 3 kelereng yang terambil semuanya merah = $\frac{1}{220}$.

   b. Banyaknya cara memilih 3 kelereng biru dari 5 kelereng biru adalah $C_3^5 = 10$.

      Peluang 3 kelereng yang terambil semuanya biru = $\frac{10}{220} = \frac{1}{22}$.

   c. Banyaknya cara memilih 2 kelereng merah dari 3 kelereng merah adalah $C_2^3 = 3$.

      Banyaknya cara memilih 1 kelereng hijau dari 4 kelereng hijau adalah $C_1^4 = 4$.

      Sesuai kaidah perkalian, banyaknya cara memilih 2 buah berwarna merah dan 1 berwarna hijau = $3 \times 4 = 12$. Peluang 3 kelereng yang terambil 2 buah berwarna merah dan 1 berwarna hijau = $\frac{12}{220}$.

   d. Banyaknya cara memilih 1 kelereng merah dari 3 kelereng merah adalah $C_1^3 = 3$.

      Banyaknya cara memilih 1 kelereng hijau dari 4 kelereng hijau adalah $C_1^4 = 4$.

      Banyaknya cara memilih 1 kelereng biru dari 5 kelereng biru adalah $C_1^5 = 5$.

      Banyaknya cara memilih 1 buah kelereng merah, 1 hijau dan 1 biru $= 3 \times 4 \times 5 = 60$.

   Jadi, peluang 3 kelereng yang terambil 1 berwarna merah, 1 hijau, dan 1 biru adalah $\frac{60}{220}$.

8. Diketahui dompet pertama berisi 4 keping uang logam seribu dan 3 keping uang logam lima ratus rupiah, serta dompet kedua berisi 3 keping uang logam seribu rupiah dan 5 keping uang logam lima ratus rupiah.

Alternatif penyelesaian:

Misalkan A_1 adalah kejadian terambilnya uang logam seribu rupiah dari dompet pertama.

B_1 adalah kejadian terambilnya uang logam lima ratus rupiah dari dompet pertama.

A_2 adalah kejadian terambilnya uang logam seribu rupiah dari dompet kedua.

B_2 adalah kejadian terambilnya uang logam lima ratus rupiah dari dompet kedua.

Peluang bahwa uang logam yang diambil dari dompet kedua merupakan uang logam lima ratus rupiah didapat dengan cara sebagai berikut.

$$\begin{aligned} P(A_1 \cap B_1) \cup P(A_2 \cap B_2) &= P(A_1 \cap B_1) + P(A_2 \cap B_2) \\ &= P(A_1)\, P(B_1 \mid A_1) + P(A_2)\, P(B_2 \mid A_2) \\ &= \left(\frac{4}{7}\right)\left(\frac{5}{9}\right) + \left(\frac{3}{7}\right)\left(\frac{6}{9}\right) \\ &= \frac{20}{63} + \frac{18}{63} \\ &= \frac{38}{63} \end{aligned}$$

Jadi, peluang bahwa uang logam yang diambil dari dompet kedua merupakan uang logam lima ratus rupiah adalah $\frac{38}{63}$.

9. Diketahui kantong berisi 6 bola merah dan 4 bola biru.

Alternatif penyelesaian:

a) Jika dengan pengembalian, maka misalkan A adalah kejadiannya pengambilan pertama biru dan B kejadian pengambilan kedua juga biru adalah

$$P(A) \times P(B) = \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{4}{25}$$

Jadi, peluang mendapatkan 2 bola biru jika dengan pengembalian adalah $\frac{4}{25}$.

b) Jika tanpa pengembalian, maka peluangnya adalah

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B \mid A) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{2}{15}$$

Jadi, peluang mendapatkan 2 bola biru jika tanpa pengembalian adalah $\frac{2}{15}$.

10. *Alternatif penyelesaian:*

Analisis

Nama	Penalti (kali)	Masuk	Terblok Kiper	Melenceng	Peluang Empirik
Rafel Struick	20	12	6	2	0,6
Marcelino Ferdinan	18	14	2	2	0,78
Risky Ridho	16	9	4	3	0,56
Egy Maulana Vikri	14	10	3	1	0,71
Dendy Sulistyawan	10	5	4	1	0,5

Berdasarkan analisis pada tabel di atas, maka yang mempunyai peluang empirik berhasil memasukkan bola tendangan penalti terbesar adalah Marcelino Ferdinan, yaitu 0,78. Dengan demikian, Sumarji sebagai manager memilih Marcelino Ferdinan sebagai penendang penalti tersebut.

I. Tindak Lanjut

Alternatif Tindak Lanjut 1

Guru dapat memberikan tantangan tambahan kepada peserta didik yang telah memenuhi tujuan pembelajaran dalam bentuk pertanyaan yang lebih kompleks dan HOTS (*Higher Order Thinking Skills*), seperti peluang kejadian yang mengarah pada kejadian majemuk. Melalui keingintahuan terhadap pengetahuan dan diskusi untuk pengalaman baru, peserta didik didorong untuk merefleksikan diri tentang proses berpikir mereka, yang meningkatkan kesadaran mereka terhadap teknik pemecahan masalah yang mereka gunakan.

Mintalah peserta didik untuk menghubungkan konsep peluang dengan aktivitas sehari-hari mereka agar pembelajarannya lebih bermakna. Misalnya,

mereka dapat menganalisis peluang dalam permainan kartu, lotre, atau kejadian langsung lainnya. Lalu, menggunakan pemahaman terapan mereka untuk membuat laporan tertulis.

Guru dapat melakukan kegiatan proyek dalam bentuk permainan peluang, yaitu kegiatan berkelompok di mana peserta didik merancang dan memainkan permainan yang mengandung konsep peluang. Lalu, mempresentasikan ide serta penjelasan matematisnya kepada teman sekelas, sehingga prosesnya tetap menarik.

Tindak lanjut bagi peserta didik yang belum memenuhi tujuan pembelajaran adalah untuk meningkatkan pemahaman mendasar melalui instruksi yang lebih terstruktur dan mendukung. Peserta didik didorong untuk secara aktif mengenali kesulitan yang dihadapi dan diberikan tindakan sederhana untuk diikuti, seperti membuat daftar kejadian langsung dan mencari peluang dengan menggunakan pendekatan konkret, visual, atau manipulatif.

Kemudian, guru menghubungkan antara materi peluang dengan pengalaman langsung, seperti melempar koin atau mengeluarkan kelereng dari kantong, untuk membantu peserta didik memahami materi peluang dalam konteks yang autentik. Kegiatan ini disajikan sebagai permainan mudah dan eksperimen cepat yang mendorong partisipasi dan kebahagiaan. Semua peserta didik, baik yang sedang dalam proses belajar atau sudah memahami, dapat memperoleh kompetensi matematika secara menyeluruh dengan cara yang relevan, penuh perhatian, dan menyenangkan menggunakan pendekatan yang dibedakan berdasarkan pembelajaran yang mendalam.

Alternatif Tindak Lanjut 2

Sebagai tindak lanjut dari materi peluang kejadian majemuk, guru perlu memberikan berbagai perlakuan berdasarkan capaian peserta didik sambil tetap berpegang pada prinsip pembelajaran mendalam.

Guru memberikan tugas lanjutan kepada peserta didik yang sudah mencapai tujuan pembelajaran. Peserta didik diminta untuk mengidentifikasi dan menganalisis dua kejadian majemuk berdasarkan kejadian nyata di sekitar mereka. Misalkan, peluang peserta didik datang terlambat dan tidak membawa buku, atau kemungkinan dua aplikasi ponsel mengalami masalah

pada saat yang bersamaan. Kemudian, peserta didik diminta untuk menyajikan temuannya dalam bentuk cerita visual interaktif, komik matematika, atau *podcast* mini yang menggambarkan suatu kejadian, ruang sampel, dan kemungkinan peluangnya. Selain membangun makna dari pengalaman nyata, tindak lanjut ini mendorong kesadaran introspektif terhadap penerapan konsep dan menanamkan semangat kreativitas dan eksplorasi.

Bagi peserta didik yang belum mencapai tujuan pembelajaran, guru merencanakan sesi pembelajaran remedial yang dikemas dalam lingkungan pembelajaran kolaboratif dan eksperimental. Pada kegiatan ini, peserta didik tidak hanya mendengarkan penjelasan tetapi juga berpartisipasi aktif dalam aktivitas seperti memutar dua *spinner* secara bersamaan, memilih dua kartu dari tas warna-warni, atau melempar dua dadu dengan berbagai warna. Untuk mengidentifikasi jenis kejadian apa yang terjadi dan kemungkinan peluangnya, maka hasil dari eksperimen sederhana ini dicatat dengan penuh kesadaran, diamati dengan cermat, dan didiskusikan secara kolektif. Peserta didik didorong untuk memperoleh kesadaran akan proses berpikir mereka, mengembangkan pemahaman melalui tindakan langsung, dan belajar dalam lingkungan yang menarik dan menyenangkan melalui bimbingan yang hangat dan aktivitas nyata.

J. Refleksi

Pencapaian pembelajaran mendalam sebagian besar didukung oleh refleksi pembelajaran, khususnya terkait dengan materi peluang. Refleksi memungkinkan peserta didik dan peserta didik untuk secara aktif menilai proses pembelajaran, memahami relevansi konsep dengan kehidupan sehari-hari, dan mengidentifikasi pengalaman belajar yang menyenangkan dan menginspirasi. Selain mendorong kemajuan berkelanjutan dalam memahami konsep peluang secara utuh dan kontekstual, refleksi ini berupaya untuk meningkatkan kesadaran akan pencapaian dan masalah pembelajaran.

1. Apa kendala yang Bapak/Ibu alami saat mengajarkan materi peluang ini, serta bagaimana cara mengatasinya?
2. Topik apa yang paling menantang bagi peserta didik? Apakah strategi pembelajaran Bapak/Ibu sudah cukup mendalam untuk membantu pemahaman mereka?

3. Bagaimana cara Bapak/Ibu mengamati perkembangan proses berpikir peserta didik selama kegiatan pembelajaran?
4. Apakah Bapak/Ibu telah berhasil menghubungkan antara konsep peluang dengan masalah kontekstual yang dapat dipahami dengan mudah oleh peserta didik?
5. Apakah lingkungan belajar di kelas sudah kondusif untuk mendorong keingintahuan dan kegembiraan peserta didik?
6. Apa saja kegiatan yang paling menarik bagi peserta didik untuk bisa terlibat secara aktif, dan bagaimana Bapak/Ibu dapat meningkatkannya untuk materi selanjutnya?

K. Sumber Belajar

Beswick, K., & Chapman, O. *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 4: The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional*. Brill. 2020.

Fernandez-Perez, A., Lara, J. L., Lucio, D., & Losada, I. J. *Compound climate change risk analysis for port infrastructures*. Coastal Engineering, 104560. 2024.

Ghahramani, S. *Fundamentals of probability*. CRC Press. 2024.

Grimmett, G., & Stirzaker, D. *Probability and random processes*. Oxford university press. 2020.

Hopfenbeck, T. N., Lenkeit, J., El Masri, Y., Cantrell, K., Ryan, J., & Baird, J. A. Lessons learned from PISA: A systematic review of peer-reviewed articles on the programme for international student assessment. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 62(3), 333-353. 2018.

James, M. *Cambriedge International AS & A level mathematics: Pure Mathematics 1 Worked Solutions Manual*. UK: Cambridge University Press. 2018.

Lan, M., Gardoni, P., Luo, R., Zhu, J., & Lo, S. Risk-driven statistical modeling for hurricane-induced compound events: Design event implementation for industrial areas subjected to coastal floods and winds. *Ocean Engineering*, 251, 111159. 2022.

Leonard, M., Westra, S., Phatak, A., Lambert, M., van den Hurk, B., McInnes, K., ... & Stafford-Smith, M. A compound event framework for understanding extreme impacts. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Climate Change*, 5(1), 113-128. 2014.

Mahmudi, A. *Kombinatorika*. Yogyakarta: Yogyakarta: Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY. 2019.

Ollerton, M. *The mathematics teacher's handbook*. A&C Black. 2009.

Pemberton, S. *Cambriedge International AS & A level mathematics: Pure Mathematics 1 Coursebook*. UK: Cambridge University Press. 2018.

Santner, T. J., Williams, B. J., Notz, W. I., Santner, T. J., Williams, B. J., & Notz, W. I. Space-filling designs for computer experiments (pp. 145-200). *Springer New York*. 2018.

Tohir, M. *Pembinaan Olimpiade Matematika SMP/MTs*. Jember: Matematohir Scientific Publishing. 2018.

Glosarium

anggota himpunan	elemen atau objek individual yang termasuk dalam suatu himpunan. Dalam gabungan $A \cup B$, anggotanya adalah x sedemikian hingga $x \in A$ atau $x \in B$.
angsuran pokok	bagian dari pembayaran angsuran (pinjaman atau kredit) yang digunakan untuk melunasi nilai hutang asli, tidak termasuk bunga.
anuitas	sistem pembayaran atau penerimaan yang dilakukan pada periode waktu yang teratur dalam jumlah yang sama atas sebuah pinjaman atau investasi.
anuitas pada kasus pinjaman	serangkaian pembayaran atau penerimaan yang jumlahnya tetap dan dilakukan pada interval waktu yang sama, relevan dalam perhitungan pinjaman dan investasi. Anuitas = angsuran + bunga.
apersepsi	kegiatan awal pembelajaran untuk mengingat kembali pengetahuan atau pengalaman relevan yang sudah dimiliki peserta didik, sebagai jembatan untuk memahami materi baru.
asesmen	proses penilaian yang digunakan oleh guru, seperti asesmen sumatif dan formatif, untuk mengukur pencapaian tujuan pembelajaran.
asesmen formatif	penilaian yang dilakukan selama proses pembelajaran untuk memberikan umpan balik dan memantau kemajuan belajar peserta didik
asesmen sumatif	penilaian yang dilakukan di akhir lingkup materi atau akhir pembelajaran untuk mengukur pencapaian pembelajaran peserta didik.
aturan penjumlahan	kaidah pencacahan untuk menentukan banyak kemungkinan cara kejadian yang saling lepas.
aturan pengisian tempat	prinsip dasar dalam Kombinatorik untuk menentukan banyaknya cara suatu kejadian dapat

	terjadi, biasanya melibatkan perkalian banyaknya pilihan di setiap tahap.
aturan perkalian	kaidah pencacahan untuk menentukan banyak kemungkinan cara kejadian yang terjadi berurutan atau bersamaan.
barisan bilangan	kumpulan bilangan yang memiliki urutan dan disusun menurut pola tertentu.
barisan aritmetika	barisan bilangan dengan selisih (beda) yang tetap antara suku yang berurutan.
barisan geometri	barisan bilangan dengan perbandingan (rasio) yang tetap antara suku yang berurutan.
beda (b)	selisih tetap antarsuku dalam barisan aritmetika.
berpikir kritis	kemampuan menganalisis informasi, mengevaluasi argumen, dan membuat penilaian yang beralasan dan logis.
berpikir kreatif	kemampuan menghasilkan ide, solusi, atau pendekatan baru dan orisinal terhadap suatu masalah.
berteknologi	penggunaan dan pemanfaatan perangkat atau sistem teknologi (seperti komputer, aplikasi, atau internet) dalam kehidupan sehari-hari atau proses pembelajaran.
besar bunga	besar bunga dapat menggunakan rumus $B = M \times p\% \times n$.
binomial	konsep dalam kaidah pencacahan yang merujuk pada teorema atau koefisien binomial.
dunga deposito	imbal hasil yang diberikan oleh bank kepada nasabah atas sejumlah uang yang disimpan dalam jangka waktu tertentu (deposito).
bunga majemuk	perhitungan besar balas jasa yang dilakukan berdasarkan besar modal pada periode bunga berjalan.
bunga tunggal	perhitungan bunga yang dikenakan hanya pada modal awal (pokok) pinjaman atau investasi, tanpa memperhitungkan bunga yang sudah dihasilkan sebelumnya.

definisi	pernyataan yang jelas dan ringkas yang menjelaskan arti dari suatu istilah atau konsep.
deret	jumlahan dari suku-suku suatu barisan, misalnya deret aritmetika atau geometri.
deret aritmetika	penjumlahan suku-suku dari barisan aritmetika.
deret bilangan	penjumlahan suku-suku pada barisan bilangan.
deret divergen	deret bilangan yang tidak dapat ditentukan jumlahnya.
deret geometri	penjumlahan suku-suku dari barisan geometri.
deret konvergen	deret bilangan yang dapat ditentukan jumlahnya.
diferensiasi	strategi pembelajaran yang menyesuaikan kurikulum dan pengajaran untuk memenuhi kebutuhan belajar yang berbeda dari setiap peserta didik (berdasarkan minat, profil belajar, atau kesiapan).
eksplorasi	kegiatan penyelidikan atau penjelajahan untuk menemukan pengetahuan baru, menguji hipotesis, atau memperdalam pemahaman terhadap suatu topik.
evaluasi diri	proses penilaian yang dilakukan oleh individu terhadap kinerja, kemajuan, atau pemahamannya sendiri.
faktorial	hasil perkalian semua bilangan bulat positif mulai dari 1 hingga suatu bilangan tertentu, dilambangkan dengan tanda seru (!), seperti $n!$.
finansial	segala sesuatu yang berkaitan dengan manajemen uang, dana, investasi, dan keuangan.
frekuensi harapan	harapan banyaknya suatu kejadian yang akan muncul setelah sejumlah percobaan dilakukan, dan dihitung dengan mengalikan peluang kejadian tersebut dengan jumlah total percobaan.
gabungan himpunan	suatu operasi himpunan yang menghasilkan himpunan baru yang anggotanya terdiri dari semua anggota himpunan yang digabungkan, di mana anggota yang sama hanya ditulis satu kali.

geometri tak hingga	konsep matematika yang melibatkan bentuk, ruang, dan pengukuran dalam konteks bilangan atau proses yang menuju tak terhingga (misalnya, barisan/deret geometri tak hingga).
grafik	suatu kerangka atau gambar yang digunakan untuk membuat objek visualisasi dari data-data pada tabel.
indikator pencapaian	kriteria spesifik yang digunakan dalam rubrik penilaian untuk mengukur seberapa baik peserta didik telah menguasai suatu aspek, misalnya dalam asesmen sumatif.
infografik	representasi visual informasi, data, atau pengetahuan secara cepat dan jelas menggunakan grafik, bagan, dan teks minimal.
inquiry learning	metode pembelajaran yang berpusat pada peserta didik, di mana mereka merumuskan pertanyaan, melakukan penyelidikan, dan membangun pemahaman mereka sendiri.
investasi	konsep keuangan yang diajarkan, meliputi perhitungan bunga majemuk dan anuitas untuk perencanaan keuangan masa depan.
investasi anuitas	sebuah kontrak investasi (biasanya dari perusahaan asuransi) yang menjamin investor akan menerima serangkaian pembayaran tetap dan berkala (arus kas) di masa depan, sering kali digunakan sebagai strategi untuk mengamankan pendapatan saat pensiun.
kaidah pencacahan	konsep untuk menghitung banyak kemungkinan cara, susunan, atau hasil dari suatu percobaan (termasuk permutasi, kombinasi, aturan perkalian).
karakteristik	ciri khas atau sifat spesifik yang membedakan satu hal dari yang lain.
kejadian	himpunan bagian dari ruang sampel.
kemitraan pembelajaran	hubungan kolaboratif antara guru dan peserta didik (dan/atau orang tua) untuk mendukung proses belajar dan mencapai tujuan bersama.

keterampilan prasyarat	keterampilan atau pengetahuan dasar yang harus dikuasai peserta didik sebelum mereka dapat berhasil mempelajari konsep yang lebih kompleks.
kelas	kelompok data berdasarkan kategori kuantitatif atau kualitatif.
klasikal	metode pembelajaran yang dilaksanakan secara keseluruhan untuk seluruh peserta didik dalam satu ruangan pada waktu yang sama (Pembelajaran tatap muka umum).
kolaborasi	bekerja sama dengan orang lain untuk mencapai tujuan bersama.
kombinasi	susunan yang mungkin dari unsur-unsur yang berbeda dengan tidak memperhatikan urutannya.
kombinasi berulang	pengambilan objek dengan urutan tidak diperhitungkan (pengulangan atau pengembalian diperbolehkan).
kombinatorik	cabang matematika yang mempelajari tentang penghitungan, susunan, dan kombinasi dari suatu himpunan objek.
literasi finansial	kemampuan memahami dan mengelola keuangan pribadi, menjadi salah satu tujuan pengaitan materi investasi dan pinjaman.
lingkungan pembelajaran	seluruh kondisi, konteks, dan suasana (fisik, sosial, dan psikologis) yang memengaruhi proses belajar peserta didik.
nilai masa depan	perhitungan total uang yang ditabung dengan bunga dan sistem anuitas.
notasi	lambang atau simbol
peluang	kemungkinan munculnya suatu kejadian atau peristiwa.
peluang saling bebas	peluang dua atau lebih kejadian yang tidak saling mempengaruhi.
peluang saling lepas	peluang dua atau lebih kejadian yang tidak mungkin terjadi bersama-sama.

permutasi	jumlah kemungkinan urutan objek-objek yang dipilih dengan memperhatikan urutan objek.
permutasi siklis	permutasi yang susunannya melingkar (urutan melingkar).
$P(A \cap B)$	peluang bahwa kejadian A dan B terjadi pada hasil yang sama.
$P(A \cup B)$	peluang bahwa kejadian A atau B terjadi.
pinjaman	konsep keuangan yang diajarkan, meliputi perhitungan cicilan menggunakan anuitas dan bunga.
rasio (r)	perbandingan tetap antarsuku dalam barisan geometri.
ruang sampel	himpunan semua hasil yang mungkin dalam suatu eksperimen (dalam materi peluang).
rubrik penilaian	instrumen yang berisi kriteria dan skor untuk mengevaluasi hasil kerja peserta didik.
suku bunga	balas jasa yang diberikan nasabah kepada bank atas peminjaman uang di bank atau balas jasa yang diberikan pihak bank kepada nasabah atas penyimpanan uang di bank.
titik sampel	setiap hasil yang mungkin terjadi pada suatu percobaan.
variabel	huruf atau simbol lain yang digunakan untuk mewakili bilangan atau nilai yang tidak ditentukan.

Daftar Pustaka

Beswick, K., & Chapman, O. *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 4: The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional*. Leiden: Brill. 2020.

Bishop, Alan, M. A. Clements, Christine Keitel-Kreidt, Jeremy Kilpatrick, and Frederick KoonShing Leung, eds. *Second International Handbook of Mathematics Education.* Vol. 10. New York: Springer Science & Business Media. 2012.

Bowers, N., Gerber, H., Hickman, J., Jones, D., & Nesbitt, C. *Actuarial Mathematics*. Chicago: The Society of Actuaries. 1986. https://eclass.uoa.gr/modules/document/file.php/MATH552/βίβλία/Text1.pdf.

Fernandez-Perez, A., Lara, J. L., Lucio, D., & Losada, I. J. (2024). *Compound climate change risk analysis for port infrastructures*. Coastal Engineering, 104560.

Flajolet, Philippe, and Robert Sedgewick. *Analytic Combinatorics*. Cambridge: Cambridge University Press. 2009.

Frensidy, B. *Matematika Keuangan*, 3 (Revisi) ed. Jakarta: Salemba Empat. 2011

Ghahramani, S. *Fundamentals of probability*. Cleveland: CRC Press. 2024.

Goos, M., Vale, C., Stillman, G., Makar, K., Herbert, S., & Geiger, V. *Teaching Secondary School Mathematics: Research and Practice for The 21st Century*. London: Routledge. 2020.

Grimmett, G., & Stirzaker, D. *Probability and random processes*. Oxford: Oxford university press. 2020.

Grigorieva, E. *Introduction to sequences and series. In Methods of Solving Sequence and Series Problems* (pp. 1-63). Berlin: Springer International Publishing. 2016.

Hájek, P., & Pudlák, P. *Metamathematics of first-order arithmetic* (Vol. 3). Cambridge: Cambridge University Press. 2017.

Hopfenbeck, T. N., Lenkeit, J., El Masri, Y., Cantrell, K., Ryan, J., & Baird, J. A. ”Lessons learned from PISA: A systematic review of peer-reviewed articles

on the programme for international student assessment." *Scandinavian Journal of Educational Research*, 62(3), [2018]: 333-353.

James, M. *Cambriedge International AS & A level mathematics: Pure Mathematics 1 Worked Solutions Manual.* Cambridge: Cambridge University Press. 2018.

Knopp, Konrad. *Theory and Application of Infinite Series*. New York: Dover Publications. 1990.

Kurdhi, N. A., Irdawati, S. E., Rihfenti Ernayani, S. E., Ak, M., Ali, I. H., MP, M., ... & Udi Iswadi, S. E. *Matematika Keuangan*. Batam: Cendikia Mulia Mandiri. 2023.

Jiuhardi, S. E. *Buku Ajar Matematika Keuangan*. Surabaya: Cipta Media Nusantara. 2025.

Lan, M., Gardoni, P., Luo, R., Zhu, J., & Lo, S. (2022). Risk-driven statistical modeling for hurricane-induced compound events: Design event implementation for industrial areas subjected to coastal floods and winds. *Ocean Engineering*, 251, 111159.

Larson, L. C. (2002). Problems in Mathematical Analysis I: Real Numbers, Sequences and Series. *The American Mathematical Monthly*, 109(5), 487.

Larson, L. C. "Problems in Mathematical Analysis I: Real Numbers, Sequences and Series." The *American Mathematical Monthly*, 109(5), [2002]: 487.

Leonard, M., Westra, S., Phatak, A., Lambert, M., van den Hurk, B., McInnes, K., ... & Stafford-Smith, M. (2014). A compound event framework for understanding extreme impacts. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Climate Change*, 5(1), 113-128.

Leonard, M., Westra, S., Phatak, A., Lambert, M., van den Hurk, B., McInnes, K., ... & Stafford-Smith, M. "A compound event framework for understanding extreme impacts." *Wiley Interdisciplinary Reviews: Climate Change*, 5(1), [2014]: 113-128.

Mahmudi, A. *Kombinatorika*. Yogyakarta: Yogyakarta: Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY. 2019.

MathonGo. *NCERT Solutions Class 11 Maths Chapter 9: Sequence and Series*. Accessed 6 Aug 2025. www.mathongo.com.

National Council of Educational Research and Training (India). *Mathematics Class XI: Chapter 8 – Sequences and Series*. Reprint 2025–2026. Manipal:

Manipal Technologies Limited, Udayavani Building, Press Corner. 2025. https://ncert.nic.in/textbook/pdf/kemh1ps.pdf.

Ollerton, M. *The mathematics teacher's handbook*. Edinburgh: A&C Black. 2009.

Pemberton, S. *Cambriedge International AS & A level mathematics: Pure Mathematics 1 Coursebook*. Cambridge: Cambridge University Press. 2018.

Rudin, Walter. *Principles of Mathematical Analysis. 3rd ed.*. New York: McGraw-Hill. 1976.

Santner, T. J., Williams, B. J., Notz, W. I., Santner, T. J., Williams, B. J., & Notz, W. I. *Space-filling designs for computer experiments* (pp. 145-200). Springer New York. 2018.

Save My Exams. *Sequences and Series Cheat Sheet. Edexcel Maths A-level – Year 2 Pure*. Save My Exams. 2025. www.savemyexams.co.uk

Schaum, Murray R. *Schaum's Outline of Calculus. 6th ed.*. New York: McGraw-Hill Education. 2013.

Slavin, R. E. *Educational psychology: Theory and practice.* Boston: Allyn & Bacon. 2012.

Stein, Elias M., and Rami Shakarchi. *Fourier Analysis: An Introduction*. New Jersey: Princeton University Press. 2003.

Suwardy, M. P., Rahmawati, R. K.. *Matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas XII*. Jakarta: Grafindo. 2024.

Tohir, M. *Pembinaan Olimpiade Matematika SMP/MTs*. Jember: Matematohir Scientific Publishing. 2018.

Indeks

A

Anuitas 110, 111, 112, 126, 133, 144, 145, 152, 160, 162, 278

Apersepsi 55, 56, 115, 176, 228

Asesmen 31, 32, 33, 53, 114, 174, 227

Asesmen Formatif 32

Asesmen Sumatif 33

Aturan Pengisian Tempat 168, 170, 172

Aturan Perkalian 170

B

Barisan Aritmetika 58

Barisan Geometri 47, 63

Beda 48

Berpikir Kreatif 49, 57, 58, 64, 76, 83, 127, 129, 133, 179, 242, 244, 247, 249

Berpikir Kritis 41, 57, 64, 70, 115, 126, 137, 141, 174, 175, 182, 183, 187, 192, 194, 231, 233, 237, 238, 240, 293

Binomial 171, 175, 197, 198, 199

Bunga Majemuk 109, 110, 111, 112, 122, 131, 144

Bunga Tunggal 47, 50, 81, 109, 111, 112, 119

D

Deret 45, 46, 47, 48, 50, 52, 55, 56, 57, 69, 76, 79, 83, 97, 104

Deret Aritmetika 47, 69

Deret Geometri 47, 76, 79

Deret Geometri Tak Hingga 79

Desmos 115

Diferensiasi 83, 193

Dimensi Profil Lulusan 3, 7

E

Eksplorasi 174, 176, 226

F

Finansial 40, 140

Frekuensi Harapan 224

G

Geogebra 27, 56, 79, 83, 175

Geometri Tak Hingga 79

Grafik 142, 156, 255

I

Indikator Pencapaian 43, 202

Investasi Anuitas 110, 112, 126, 144

Investasi Bunga Majemuk 109, 112, 122

K

Kaidah Pencacahan 167, 168, 170, 172, 173, 176, 177, 178, 179, 220

Karakteristik 8, 11, 16, 28, 29, 31, 58, 63, 69, 76, 81, 119, 122, 126, 131, 133, 137, 179, 182, 187, 194, 230, 234, 237, 242, 247

Kejadian 36, 223, 224, 225, 230, 234, 237, 242, 247, 252, 262, 263, 264, 269, 270

Kejadian Majemuk 223, 224, 225, 234, 237, 242, 247

Kejadian Majemuk Saling Bebas 224, 242

Kejadian Majemuk Saling Bebas Bersyarat 224

Kejadian Majemuk Saling Lepas 224

Kelas 1, 7, 23, 27, 32, 45, 50, 54, 107, 112, 167, 172, 221, 225, 227, 286, 290, 291, 292, 293, 296, 298, 300

Kemitraan Pembelajaran 24, 53, 114, 174, 227

Keterampilan Prasyarat 51, 113, 172, 225

Khan Academy 175, 186, 193, 218

Kolaborasi 6, 8, 53, 114, 174, 227

Kombinasi 169, 170, 172, 187, 194, 210

Kombinatorik 176, 278

L

Lingkungan Pembelajaran 25, 54, 114, 175, 227

M

Mengingat Kembali 49, 57, 58, 63, 111, 116, 119, 230

N

Nilai Masa Depan 144

Notasi 262, 263

P

Padlet 115, 228

Panduan Pembelajaran 58, 119, 178, 230

Parameter 110, 111, 112, 137, 145

Parameter Suku Bunga 112

Peluang 9, 11, 36, 217, 221, 223, 224, 225, 226, 228, 230, 239, 242, 244, 247, 249, 252, 261, 264, 265, 268, 271, 272, 273

Pemanfaatan Digital 54, 115, 175, 228

Pembelajaran Mendalam 2, 4, 168

Penguatan Karakter 122, 231, 233

Percobaan 247

Permutasi 169, 170, 171, 172, 182, 194, 225, 232

Pinjaman 107, 110, 111, 112, 113, 115, 131, 133, 137, 139, 145, 146, 156

Pinjaman Bunga Majemuk 110, 112, 131
Praktik Pedagogis 23, 52, 113, 173, 226

R

Ruang Sampel 224
Rubrik Penilaian 36, 37, 40, 42, 43, 85, 86, 140, 199, 202, 252, 253

S

Sampel 224
Spreadsheet 134, 136
Studi Kasus 145, 146
Suku Bunga 109, 111, 112, 119
Susunan 258

Penulis



Mohammad **Tohir, S.Pd., M.Pd.**

Email
matematohir@ibrahimy.ac.id

Instansi
Universitas Ibrahimy, Situbondo

Alamat Instansi
Universitas Ibrahimy, Situbondo, Jl. KHR. Syamsul Arifin No. 1-3, Sukorejo, Situbondo, Jawa Timur 68374

Bidang Keahlian
Pendidikan Matematika

Riwayat Pekerjaan/Profesi

1. 2019–sekarang: Dosen Tadris Matematika Universitas Ibrahimy, Situbondo
2. 2015–sekarang: Guru Matematika di MTs Raudlatul Hasanah, Pamekasan
3. 2016–2019: Guru Matematika di SMPN 2 Jember
4. 2005–2015: Guru Matematika di SMP Islam Sabilillah Malang

Riwayat Pendidikan dan Tahun Belajar

1. S1 Pendidikan Matematika Universitas Islam Malang (UNISMA), 2000–2004
2. S2 Pendidikan Matematika Universitas Jember (UNEJ), 2016–2017

Judul Buku dan Tahun Terbit

1. Matematika Diskrit: Teori dan Konsep, 2025
2. Buku Ajar Geometri Dasar Deep Learning, 2025
3. Matematika SMP/MTs Kelas VIII Kurikulum Merdeka, 2022
4. Buku Panduan Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII Kurikulum Merdeka, 2022

Informasi Lain dari Penulis

Google Scholar ID: c0s6OxUAAAAJ

https://scholar.google.co.id/citations?user=c0s6OxUAAAAJ&hl=id

Riwayat Pekerjaan/Profesi

1. Dosen Tadris Matematika Universitas Ibrahimy Situbondo, 2020–sekarang
2. Guru Matematika di SMA Negeri Purwoharjo Banyuwangi, 2020–sekarang
3. Guru Matematika di SMA Trimurti Surabaya, 2020–2021
4. Konsultan Pendidikan Ruangguru, 2018–2019

Riwayat Pendidikan dan Tahun Belajar

1. S2 Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Surabaya, Tahun 2017–2019
2. S1 Pendidikan Matematika di Universitas Islam Negeri Sunan Ampel Surabaya, Tahun 2012–2016

Judul Buku dan Tahun Terbit

1. Pengantar Statistika, 2024
2. Manajemen Pendidikan di Era Transformasi Digital, 2024
3. Teori Bilangan, 2023
4. Buku Panduan Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII Kurikulum Merdeka, 2022
5. Matematika SMP/MTs Kelas VIII Kurikulum Merdeka, 2022

Penulis



Ahmad
Choirul Anam, M.Pd.

Email
choirulanam@ibrahimy.ac.id

Instansi
Universitas Ibrahimy, Situbondo

Alamat Instansi
Universitas Ibrahimy, Situbondo, Jl. KHR. Syamsul Arifin No. 1-3, Sukorejo, Situbondo, Jawa Timur 68374

Bidang Keahlian
Pendidikan Matematika

Penulis



Ibnu **Taufiq, S.Pd, M.Pd.**

Email
taufiqibnu13@gmail.com

Instansi
SMP Bahrul Maghfiroh Malang

Alamat Instansi
Jl. Joyo Agung No.2 Malang, Jawa Timur

Bidang Keahlian
Pendidikan Matematika

Riwayat Pekerjaan/Profesi

1. SD Islam Sabilillah (1997–2005)
2. SMP Islam Sabilillah (2005–2013)
3. SMP Bahrul Maghfiroh (2013–sekarang)
4. Tutor UT UPBJJ Malang (2009–sekarang)

Riwayat Pendidikan dan Tahun Belajar

1. S1 Pendidikan Matematika Universitas Negeri Malang tahun 1991– 1995
2. S2 Pendidikan Matematika Universitas Negeri Malang tahun 2005– 2009

Judul Buku dan Tahun Terbit

1. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas 7 Kurikulum 2013 tahun 2016
2. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas 7 Kurikulum 2013 tahun 2016
3. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas 8 Kurikulum 2013 tahun 2017
4. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas 8 Kurikulum 2013 tahun 2017
5. Buku Siswa Matematika SMA Kelas 10 Kurikulum Merdeka tahun 2021
6. Buku Guru Matematika SMA Kelas 10 Kurikulum Merdeka tahun 2021
7. Buku Siswa Matematika SMP Kelas 8 Kurikulum Merdeka tahun 2022
8. Buku Guru Matematika SMP Kelas 8 Kurikulum Merdeka tahun 2022

Riwayat Pekerjaan/Profesi

1. Tutor Lembaga Pendidikan Bintang Pelajar (2010–2013)
2. SMAN 1 Jakarta (2013–2019)
3. SMAN 44 Jakarta (2019–sekarang)

Riwayat Pendidikan dan Tahun belajar

1. S1 Pendidikan Matematika Universitas Negeri Jakarta, Tahun 2006– 2012
2. S2 Pendidikan Matematika Universitas Pendidikan Indonesia Bandung, Tahun 2013–2015

Judul Buku dan Tahun Terbit

1. Modul/Suplemen Bahan Ajar PJJ Kelas X Tahun 2021
2. Buku Antologi Sepenggal Cerita “Menjadi Wali Kelas Gen Z” Tahun 2022

Judul Publikasi Ilmiah

1. Peningkatan kemampuan Berpikir Kritis Matematis dan Self-Efficacy dengan Menggunakan Pendekatan Pembelajaran Creative Problem Solving Tahun 2021

Penulis



Tista Imam **Riyadi, M.Pd.**

Email
tistaimamriyadi@gmail.com

Instansi
SMA Negeri 44 Jakarta

Alamat Instansi
Jl. Delima IV Perumnas Klender
Duren Sawit, Jakarta Timur

Bidang Keahlian
Pendidikan Matematika

Penelaah



Dr. Kenys **Fadhilah Zamzam, S.Si., M.Pd**

Email
kenysfz@gmail.com

Instansi
Universitas Insan Budi Utomo

Alamat Instansi
Jl. Citandui No. 46 Malang, Jawa Timur

Bidang Keahlian
Geometri dan Pendidikan

Riwayat Pekerjaan/Profesi

1. Dosen Universitas Insan Budi Utomo
2. Instruktur Literasi Numerasi AKMI Kemenag

Riwayat Pendidikan dan Tahun Belajar

1. S1 Matematika Universitas Negeri Surabaya Tahun 2010
2. S2 Pendidikan Dasar Konsentrasi Matematika Universitas Negeri Malang Tahun 2013
3. S3 Pendidikan Matematika Universitas Negeri Malang Tahun 2023

Judul Buku dan Tahun Terbit

1. Etika Profesi Tahun 2024
2. Geometri Analitik Tahun 2023

Judul Penelitian dan Tahun Terbit

1. Divergent thinking in developing mathematics assignment: Exploration case of teacher candidate-students' creativity Tahun 2024
2. The Creative Thinking Process of Prospective Teachers in Developinng Assignments Tahun 2023

Informasi Lain dari Penelaah

https://scholar.google.com/citations?user=hkGDee4AAAAJ&hl=id

Riwayat Pekerjaan/Profesi

1. Dosen Tetap, Pend. Matematika Universitas Muhammadiyah Metro 2014–sekarang
2. Kepala Laboratorium Microteaching, Universitas Muhammadiyah Metro, 2016–2017
3. Kepala UPT PPL FKIP UM Metro, Universitas Muhammadiyah Metro, 2017–2019
4. Kepala Unit Publikasi Ilmiah (UPI) dan Sentra KI UM Metro, 2024–2025
5. Kepala Pusat Publikasi Ilmiah dan Kekayaan Intelektual UM Metro, 2025–sekarang

Riwayat Pendidikan dan Tahun belajar

1. S1 di Universitas Muhammadiyah Metro, Tahun 2006–2010
2. S2 di Universitas Pendidikan Indonesia (UPI) Bandung, Tahun 2011–2013
3. S3 di Universitas Negeri Malang, Tahun Lulus 2019–2024.

Judul Buku dan Tahun Terbit

1. Buku Panduan Microteaching Berbasis Lesson Study, 2017
2. Geometri Dasar Berbasis Penemuan Terbimbing, 2018
3. Logika, Himpunan, dan Relasi dan Fungsi Terintegrasi Nilai-Nilai Islam, 2025
4. Literasi Numerasi Berbasis Etnomatematika, 2025

Penelaah



Dr. Nego **Linuhung, S.Pd., M.Pd.**

Email
Linuhung, S.Pd., M.Pd.

Instansi
Universitas Muhammadiyah Metro

Alamat Instansi
Jl. Ki Hajar Dewantara, No. 116, Kota Metro

Bidang Keahlian
Pendidikan Matematika

Editor



Putri
Estikarini, S.Si.

Email
rilyozap@gmail.com

Bidang Keahlian
Penyunting dan penulis buku/ naskah

Riwayat Pekerjaan/Profesi

1. Editor dan Penulis Matematika CV Mediatama, Surakarta (2012–2020)
2. Editor Matematika PT Warna Mukti Grafika Boyolali (2021–2025)
3. Editor dan penulis buku/naskah lepas (2020–sekarang)

Riwayat Pendidikan dan Tahun belajar

1. S1: Jurusan Matematika di Universitas Diponegoro Semarang (2004–2009)

Judul Buku dan Tahun Terbit

1. Buku Teks Pendamping Matematika Tingkat Lanjut Fase F untuk SMA/MA Kelas XI Tahun 2023.
2. Buku Teks Pendamping Matematika Fase E untuk SMA/MA Kelas X Tahun 2022.
3. Buku Teks Pendamping Ceria Belajar Matematika Fase A untuk SD/MI Kelas I Tahun 2022.
4. Buku Siswa Matematika X untuk SMA/MA/ SMK Kelas X (Wajib) Kurikulum 2013 Seri HOTS (Berbasis Buku Proses) Tahun 2017.
5. Buku Siswa Matematika 4 untuk SD/MI Kelas IV Tahun 2016.
6. Buku Siswa Matematika X untuk SMA/MA Kelas X Peminatan Matematika dan Ilmu-Ilmu Alam Kurikulum 2013 (Edisi Revisi) Tahun 2016.

Riwayat Pekerjaan/Profesi

2022 – sekarang : Pusat Perbukuan, Kemendikdasmen

Riwayat Pendidikan dan Tahun Belajar

1. S1 Pendidikan Matematika – Universitas Siliwangi (2019)
2. S2 Pendidikan Matematika – Universitas Siliwangi (2021)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

Hitungannya Nala: Mencari Jadwal Runa, Kemendikbudristek, 2024

Judul Penelitian dan Tahun Terbit

1. *Analisis Kemampuan Penalaran Induktif Matematik Peserta Didik Ditinjau dari Gaya Belajar Silver-Hanson*, Journal of Authentic Research on Mathematics Education (JARME), 2020.
2. *The Student Achievement assisted Edmodo: An Alternative to Online Learning in Pandemic Era*, Edumatika: Jurnal Riset Pendidikan Matematika, 2020.
3. *Pengembangan Digibook Trigonometri Berbasis Flip PDF untuk Mengeksplor Kemampuan Koneksi Matematis*, Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika, 2021.

Editor



Sofia
Nida
Khoerunnisa

Email
khoerunnisasofia@gmail.com

Instansi
Pusat Perbukuan, Kemendikdasmen

Alamat Instansi
Jalan RS. Fatmawati Gd D Kemendikbudristek Cipete, Jakarta 12410

Bidang Keahlian
Penyuntingan Naskah

Editor Visual



M. Firdaus
Jubaedi

Email
muhafir@gmail.com

Instansi
Thinkin Studio

Alamat Instansi
Jl. Permai 24 No. 9 Desa Mekarrahayu Kecamatan Margaasih Kab. Bandung

Bidang Keahlian
Desain Grafis, UI/UX Desain

Riwayat Pekerjaan/Profesi

1. Creative Director, Thinkin Studio (2019–sekarang)
2. Konsultan Komunikasi Visual, Ditjen PAUD, Dikdas, dan Dikmen, Kemendikbudristek (2022–2024)
3. Koordinator tim pengolah naskah Modul Belajar Literasi dan Numerasi Jenjang SD Program Pembelajaran Jarak Jauh (2020–2021)
4. Staf pada Pusat Analisis dan Sinkronisasi Kebijakan (PASKA) Kemendikbud (2019–2020)
5. Staf pada Staf Ahli Mendikbud bidang pembangunan karakter (2018–2019)
6. Multimedia Designer, Cita Rasa Prima Indonesia Berjaya (2016–2018)
7. Intern Junior Art Director di Syafa'at Marcomm (2014)

Riwayat Pendidikan dan Tahun belajar

1. S1 Desain Komunikasi Visual, Institut Teknologi Nasional Bandung (2011–2016)

Judul Buku dan Tahun Terbit

1. Dicky Susanto dkk. (2023) *Matematika untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas X (Edisi Revisi)*
2. Dicky Susanto dkk. (2021), *Matematika untuk SMA/SMK Kelas X*, Kemdikbud, Jakarta
3. Dicky Susanto dkk. (2021), *Buku Panduan Guru Matematika untuk SMA/SMK Kelas X*, Kemdikbud, Jakarta

Riwayat Pekerjaan/Profesi

1. Talent organizer Naoon Animation Studio (2018)
2. Indonesia Sinema Persada: Freelancer ilustrator movie poster (2018–2019)
3. Aaska Productions: Illustrator (2019–2022)
4. Tiger Wong Animation: Concept artist (2022–2023)
5. Hotpot Cinema: Ilustrator (2024–sekarang)

Riwayat Pendidikan dan Tahun belajar

1. (2010–2013) SMAN 1 Ciruas
2. (2013–2017) TELKOM UNIVERSITY S1–DKV

Buku yang Pernah Diilustrasikan

1. Best Mommy Ecer (2018)
2. My Little Big Brother (2018)
3. Rumah Terbaik Umama – TIGA ANANDA (2018)
4. Di Mana Ibu? – GLN Kemendikbud (2019)
5. Kumpulan Kisah Binatang dan Suara BISING – TIGA ANANDA (2020)
6. Series “Yuk Belajar Kalimat Thayyibah!” – el-Hana (2020)
7. Bermain Sapintrong, Yuk! – GLN Kemendikbud (2023)
8. Allah Tuhan Kita Semua – el-Hana (2024)
9. Hobi yang Merepotkan – SIBI Kemendikdasmen (2024)
10. THE BIG SIS CRISIS – Homely Hammock (2024)
11. Dani Akhirnya Tahu – Seri 7 KAIH – Direktorat Guru PAUD dan PNF Kemendikdasmen (2025)

Ilustrator



Muhammad **Yustiadi Akmaludin**

Email
yustiadi27@gmail.com

Bidang Keahlian
Ilustrator

Desainer



Erwin

Email
erwinwienk2025@gmail.com

Bidang Keahlian
Desainer

Riwayat Pekerjaan/Profesi

1. Freelancer CV. Eka Prima Mandiri (2016–Sekarang)
2. Freelancer Yudhistira (2015–2017)
3. Freelancer Pusat Perbukuan (2014–Sekarang)
4. Freelancer Agro Media Group (2013–2019)
5. Layouter CV. Bintang Anaway Bogor (Penerbitan, 2012–2014)
6. Layouter CV. Regina Bogor (Percetakan dan Penerbitan, 2004–2012)

Riwayat Pendidikan

SMA

Buku yang Pernah Didesain

1. Buku Teks Matematika Kelas IX Kemdikbudristek
2. Buku Teks Matematika Kelas X Kemdikbudristek
3. SBMPTN 2014
4. TPA Perguruan Tinggi Negeri & Swasta
5. Matematika Kelas 7 CV. Bintang Anaway
6. Buku Teks Matematika Peminatan Kelas X SMA/MAK Kemdikbudristek